

Б.З. НУРИДДИНОВ, Б.Н. МИРЗАКАБИЛОВ, У.С. КУРБОНОВ

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОДЗЕМНЫХ СПЕЦИАЛЬНЫХ СООРУЖЕНИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ И СОБСТВЕННОГО КОЛЕБАНИЯ

Аннотация. Рассмотрено решение задачи колебания вертикально расположенного стержня при динамических воздействиях. Проанализированы работы по исследованию напряженно-деформированного состояния и собственного колебания подземных сооружений специального назначения при динамических воздействиях. Решена задача колебания вертикально расположенного стержня при динамических воздействиях. Установлена проблема обеспечения их сейсмостойкости, зависящая от свойств грунтовой среды, конструктивных особенностей сооружения и применяемых антисейсмических мероприятий, геометрических размеров и физико-механических свойств материала сооружений, глубины их заложения, характера сейсмических воздействий и т.д.

Ключевые слова: цилиндрическое сооружение, фундамент, крышка сооружения, грунт, стержень, балка, сферическая волна.

УДК: 539.3

DOI: 10.26907/0021-3446-2025-3-45-53

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время строятся подземные сооружения различного назначения (перегонные и станционные тоннели, коллекторы, специальные подземные сооружения и т.д.) в районах высокой сейсмичности. Это показали систематизированные фактические данные о поведении подземных сооружений при воздействии сильных землетрясений и др. Учет этих факторов позволяет вскрыть дополнительные резервы несущей способности подземного сооружения и описать реальную картину работы подземных конструкций при землетрясениях. Поэтому разработка методов расчета на сейсмостойкость подземных конструкций и цилиндрических сооружений с учетом перечисленных факторов является актуальной и представляет научный и практический интерес.

При расчетах на сейсмостойкость подземных сооружений можно использовать различные теории сейсмостойкости, разработанные и развитые в трудах многих исследователей [1]–[25].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим поперечные колебания цилиндрического стержня (рис. 1 а)) в плоскости xu , которая является плоскостью симметрии для его поперечных сечений. Так же, как и выше, в случае колебаний растянутой нити через x обозначим поперечное перемещение малого элемента стержня, расположенного на расстоянии y от левого конца последнего (5). Если

для нити жесткость при изгибе EI предполагалась малой, в случае стержня эту жесткость следует учитывать. На рис. 1 б) показан малый элемент стержня длиной dy , а также внутренние и внешние силы, действующие на него. На этом рисунке знаки поперечной силы F и изгибающего момента M взяты в соответствии с принятым в теории изгиба стержней правилом. При поперечных колебаниях стержней условие динамического равновесия сил, действующих в направлении оси x , имеет вид

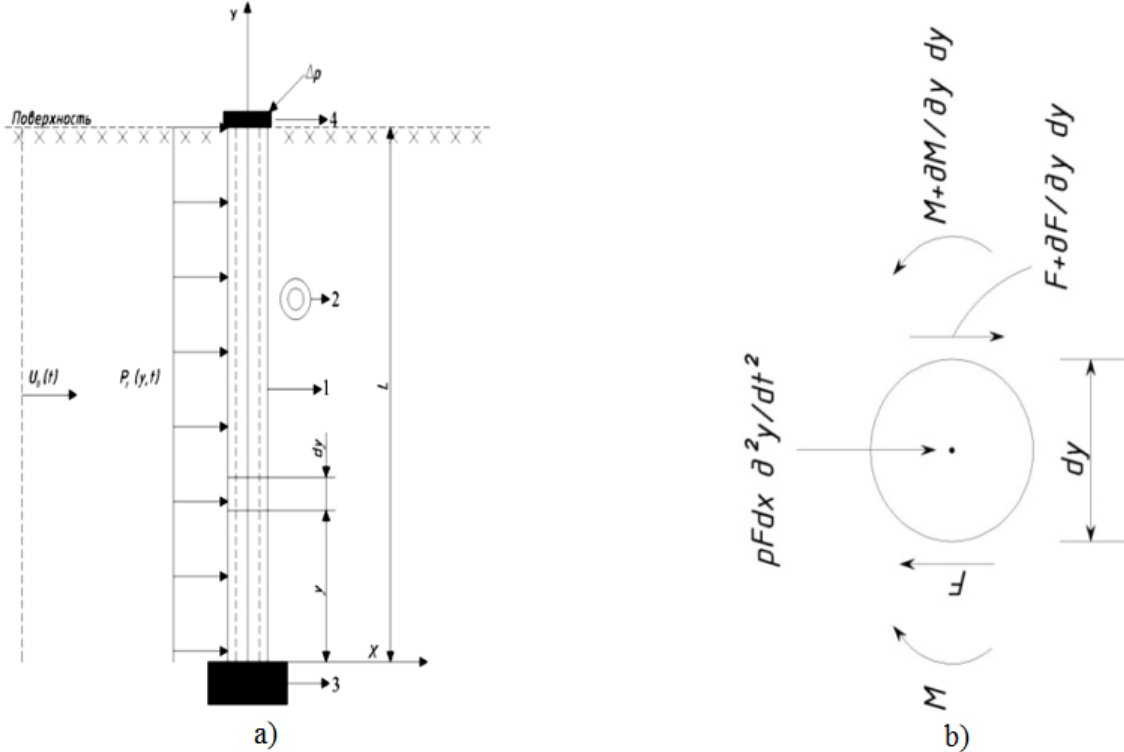


Рис. 1. Расчетная схема: а) 1 — цилиндрическое сооружение, 2 — круглое поперечное сечение сооружения, 3 — фундамент сооружения, 4 — крышка сооружения

$$-F + F + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \rho S dy \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} dy + P_y(y, t) dy = 0, \quad (1)$$

а условие равенства моментов дает

$$F dy - \frac{\partial M}{\partial y} dy \approx 0. \quad (2)$$

Выражая F из уравнения (2) и подставляя результат в (1), получим

$$\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} dy + P_y(y, t) dy = -\rho S dy \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} dy.$$

Из элементарной теории изгиба стержней имеем

$$M = EI \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}.$$

Подставляя это выражение в (3), находим

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(EI \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) dy + P_y(y, t) dy = -\rho S dy \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} dy, \quad (3)$$

что является общим уравнением поперечных свободных колебаний стержней. В частном случае призматического стержня с жесткостью EI при изгибе, не зависящей от y , имеем

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} dy + P_y(y, t) dy = -\rho S dy \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} dy.$$

Для сравнительной оценки решений аналитическим методом рассмотрим поперечные колебания подземного цилиндра при сейсмическом движении. При сейсмическом движении уравнение поперечных колебаний подземного цилиндра имеет вид

$$m_b \frac{\partial^2 W(y, t)}{\partial t^2} + EJ_z \frac{\partial^4 W(y, t)}{\partial y^4} + P_y(y, t) = 0 \quad \text{при } 0 < y < l, t > 0, \quad (4)$$

где $m_b = \rho S$ — погон массы балки, ρ — плотность цилиндра, S — площадь поперечного сечения, E — модуль Юнга материала балки, J_z — момент инерции поперечного сечения, l — длина балки, $W = W(y, t)$ — поперечное перемещение сооружения, y — горизонтальная координата вдоль оси балки.

На рис. 1 а)

$$\Delta p = \frac{P}{S_N} = \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right], \quad P = \gamma V, \quad V = hS_N, \quad P = M_0 = \gamma V = \gamma hS_N = \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^3} \times \text{см} \times \text{см}^2 = \text{кг} \right],$$

P — общий вес крышки сооружения, $P = \gamma hS_N = \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^3} \times \text{см} \times \text{см}^2 = \text{кг} \right]$, $P = [\text{кг}]$,

Δp — распределение веса крышки, $\Delta p = [\text{кг}]$, $1 \text{ кг} = 10N$, $1 \text{ тонна} = 10^3 \text{ кг} = 10^4 N$,

γ — плотность материала крышки, $\gamma = \frac{P}{V} = \rho g$, $[\gamma] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^3} \right]$,

V, h, S — объем, толщина и площадь крышки соответственно, $1 N = 10^{-1} \text{ кг}$;

$U_0(t)$ — сейсмическое перемещение грунта, $U_0(t) = [\text{см}]$,

$1 Pa = 1 \frac{N}{\text{м}^2} = \frac{10^{-1} \text{ кг}}{10^4 \text{ см}^2} = 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$,

$U(t)$ — перемещение фундамента сооружения, $U(t) = [\text{см}]$,

$P_y(y, t) = -K[U_0(t) - W(y, t)]$, $[P_y] = [KU_0(t)] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \times \text{см} = \frac{\text{кг}}{\text{см}} \right]$,

$K = K_y \pi D_N$ — коэффициент поперечного взаимодействия сооружения с грунтом,

$[K_y] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^3} \right]$, $W = W(y, t)$ — поперечное перемещение сооружения.

Начальные условия при $t = 0$

$$W(y, 0) = \dot{W}(y, 0) = 0.$$

Граничные условия при $y = 0$

$$W(y, t)|_{y=0} = W(0, t) = U_0(t), \quad W'(0, t) = \frac{\partial}{\partial y} W(y, t)|_{y=0} = 0,$$

при $y = l$

$$\begin{aligned} M(l, t) &= EJ \frac{\partial^2 W(l, t)}{\partial y^2} = 0, \quad Q(l, t) = M_0 \frac{\partial^2 W(l, t)}{\partial t^2}, \\ Q(y, t) &= EJ \frac{\partial^3 W(y, t)}{\partial y^3}, \quad EJ \frac{\partial^3 W(l, t)}{\partial y^3} = M_0 \frac{\partial^2 W(l, t)}{\partial t^2}, \end{aligned}$$

где M_0 — масса крышка, $M(y, t)$, $Q(y, t)$ — изгибающие моменты и перерезывающие силы соответственно. Уравнение (4) может быть представлено в виде

$$EJ \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + m \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - K[U_0(t) - W(y, t)] = 0.$$

Поперечное перемещение цилиндра и грунта под действием сейсмической силы можно выразить с помощью следующей математической модели:

$$EJ \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + m \frac{\partial^2 W(y, t)}{\partial t^2} + KW(y, t) = KU_0(t). \quad (5)$$

С учетом изгибов балки уравнение (5) для участка $0 < \xi < 1$ имеет вид $\xi = \frac{y}{l}$. Разделим (5) на массу m :

$$\begin{aligned} \frac{EJ}{m} \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 W(y, t)}{\partial t^2} + \frac{K}{m} W(y, t) &= \frac{K}{m} U_0(t), \\ a^2 \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 W(y, t)}{\partial t^2} + b^2 W(y, t) &= b^2 U_0(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где $a_T^2 = \frac{EJ}{m}$, $b^2 = \frac{K}{m}$, $K = K_y D_N$, $m = \rho S$ — масса, приходящаяся на единицу длины цилиндра, $m = \rho S = \left[\frac{\text{кг} \times \text{с}^2}{\text{см}^4} \times \text{см}^2 = \frac{\text{кг} \times \text{с}^2}{\text{см}^2} \right]$, EJ — жесткость на изгиб материала цилиндра, $EJ = \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \times \text{см}^4 = \text{кг} \times \text{см}^2 \right]$, R_N — наружный радиус цилиндра, $R_N = [\text{см}]$. Решения последних уравнений системы (6) представим в виде

$$W(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \varphi_n(y),$$

время t_0 функции $W(y, t)$, определяющее перемещение, монотонно, и поэтому допускает разложение в ряд на $[0, 1]$ по переменной y , где $\varphi_n(y)$ — собственные функции поперечного колебания, $T_n(t)$ — искомые функции времени. Функция $\varphi(y)$ удовлетворяет уравнению

$$EJ \varphi^{IV}(y) - m \omega_n^2 \varphi(y) + K \varphi(y) = 0. \quad (7)$$

Используя метод разделения переменных, уравнение (7) можно свести к двум уравнениям:

$$\varphi^{IV}(y) - \lambda_n^4 \varphi(y) = 0, \quad \lambda_n^4 = \frac{m \omega_n^2 - K}{EJ}. \quad (8)$$

Решение этих уравнений описываем выражениями (8):

$$\begin{aligned} \varphi_n(y) &= C_1 Y_1(\lambda_n y) + C_2 Y_2(\lambda_n y) + C_3 Y_3(\lambda_n y) + C_4 Y_4(\lambda_n y), \\ \varphi_n(y) &= C_1 S(\lambda_n y) + C_2 \bar{T}(\lambda_n y) + C_3 U(\lambda_n y) + C_4 V(\lambda_n y), \\ S(\lambda_n y) &= Y_1(\lambda_n y) = \frac{1}{2} [\text{ch}(\lambda_n y) + \cos(\lambda_n y)], \quad \bar{T}(\lambda_n y) = Y_2(\lambda_n y) = \frac{1}{2} [\text{sh}(\lambda_n y) + \sin(\lambda_n y)], \\ U(\lambda_n y) &= Y_3(\lambda_n y) = \frac{1}{2} [\text{ch}(\lambda_n y) - \cos(\lambda_n y)], \quad V(\lambda_n y) = Y_4(\lambda_n y) = \frac{1}{2} [\text{sh}(\lambda_n y) - \sin(\lambda_n y)]. \end{aligned}$$

Уравнение собственных колебаний имеет вид

$$\varphi_n(y) = C \left[U(\lambda_n y) - \frac{S(\beta_n)}{T(\beta_n)} V(\lambda_n y) \right] \quad (n = 1, 2, \dots, \infty). \quad (9)$$

Первые пять корней собственных чисел $\bar{\lambda}_n$ (9) будут иметь вид $\beta_n = \frac{2n-1}{2}\pi$ ($n > 5$).
Значения корней уравнения (9) таковы:

$$x_1 = \bar{\lambda}_1 = \lambda_1 l = 1.18, \quad x_2 = \bar{\lambda}_2 = \lambda_2 l = 4.09, \quad x_3 = \bar{\lambda}_3 = \lambda_3 l = 7.19, \\ x_4 = \bar{\lambda}_4 = \lambda_4 l = 10.29, \quad x_5 = \bar{\lambda}_5 = \lambda_5 l = 13.43, \quad x_6 = \bar{\lambda}_6 = \lambda_6 l = 16.54$$

и т.д.

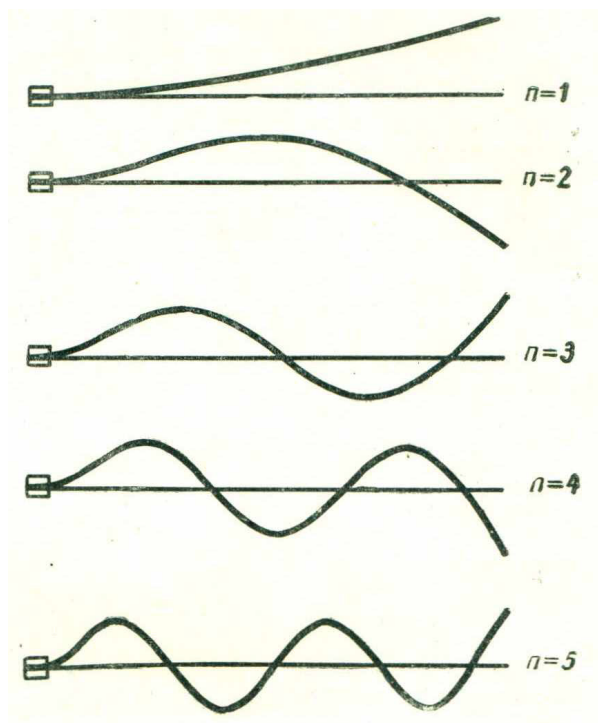


Рис. 2

На рис. 2 показаны пять первых форм собственных колебаний стержня, жестко закрепленного при $y = 0$ и свободного на другом конце при $y = l$. Остается рассмотреть два случая, не столь существенных для строительных конструкций, а именно, балку с двумя свободными концами и балку, свободно опертую на одном конце и свободную на другом. Фундаментальную форму по А.Н. Крылову запишем в виде

$$\varphi_n(y) = \frac{Y_2(\lambda_n l) Y_3(\lambda_n y) - Y_1(\lambda_n l) Y_4(\lambda_n y)}{Y_2(\lambda_n l) Y_3(\lambda_n l) - Y_1(\lambda_n l) Y_4(\lambda_n l)} = \\ = \frac{[\text{sh}(\lambda_n l) + \sin(\lambda_n l)] [\text{ch}(\lambda_n y) - \cos(\lambda_n y)] - [\text{ch}(\lambda_n l) + \cos(\lambda_n l)] [\text{sh}(\lambda_n y) - \sin(\lambda_n y)]}{[\text{sh}(\lambda_n l) + \sin(\lambda_n l)] [\text{ch}(\lambda_n l) - \cos(\lambda_n l)] - [\text{ch}(\lambda_n l) + \cos(\lambda_n l)] [\text{sh}(\lambda_n l) - \sin(\lambda_n l)]},$$

где λ_n — собственные числа, $\lambda_n l = \bar{\lambda}_n = \beta_n$, $\bar{\lambda}_n$ — безразмерный параметр.

В работе разработаны методы расчета собственного колебания вертикально расположенных цилиндрических конструкций, заглубленных в грунт, при динамическом нагружении. Получены аналитические результаты и приведен их анализ.

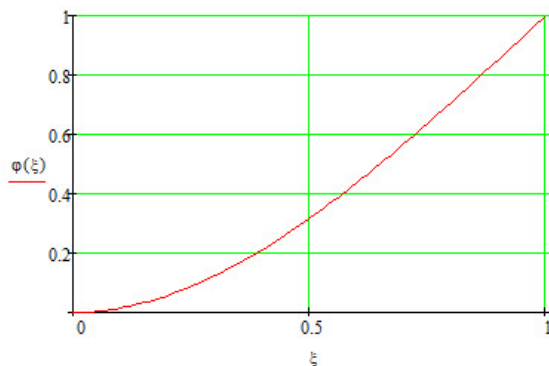


Рис. 3. Первые корни собственных значений в Mathcad-1.18

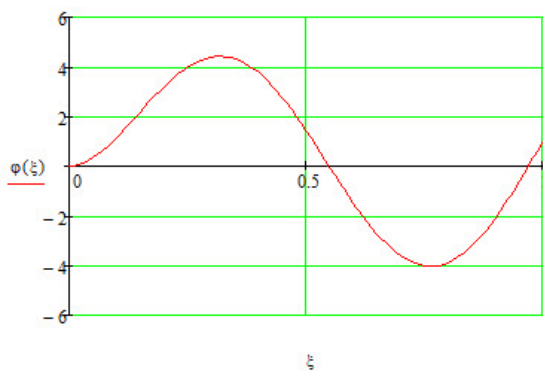


Рис. 4. Корни третьих собственных значений в Mathcad-7.19

Также рассмотрены вопросы обеспечения сейсмостойкости подземных конструкций и сооружений типа оболочек с учетом вязкоупругих свойств грунтовой среды, конструктивных особенностей сооружений и применяемых сейсмических мероприятий, геометрических размеров и глубины их заложения, характера сейсмических воздействий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе рассматриваются собственные и вынужденные колебания дренажных конструкций цилиндрических форм. Разработана методика и алгоритм для решения поставленной задачи. Для определения собственных частот и собственных форм колебаний используются комплексные программы Mathcad.

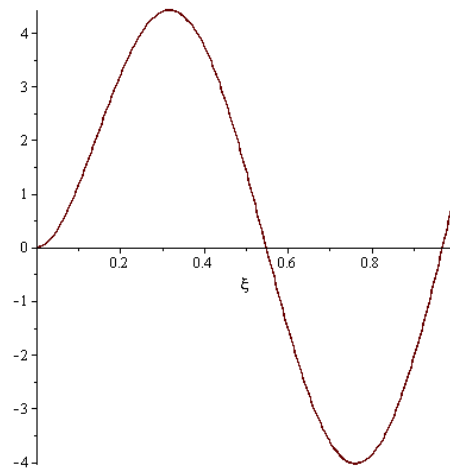


Рис. 5. Корни третьих собственных значений в Maple-7.19

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бабаков И.М. *Теория колебания* (Наука, М., 1968).
- [2] Новацкий В. *Динамика сооружений* (Госстройиздат, М., 1963).
- [3] Рашидов Т.Р. *Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений* (Фан, Ташкент, 1973).
- [4] Сафаров И.И., Тешаев М.Х. *Динамическое гашение колебаний твердого тела, установленного на вязкоупругих опорах*, Изв. вузов. Прикл. нелин. динамика **31** (1), 63–74 (2023), DOI: 10.18500/0869-6632-003021.
- [5] Маткаримов А.Х., Хайдаров А.Х. *Алгоритм решения уравнений подземного трубопровода при динамическом нагружении*, Вестник ТашИИТ (1/2), 28–30 (2013).
- [6] Новацкий В. *Теория упругости* (Мир, М., 1975).
- [7] Мубараков Я.Н. *Сейсродинамика подземных сооружений типа оболочек* (Фан, Ташкент, 1987).
- [8] Безухов Н.И., Лужин О.В., Колкунов Н.В. *Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах: Учеб. пособие для строит. спец. вузов*, 3-е изд., перераб. (Высш. шк., М., 1987).
- [9] Кабулов В.К. *Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности* (Фан, Ташкент, 1966).
- [10] Сафаров И.И., Тешаев М.Х. *Нестационарные движения сферических оболочек в вязкоупругой среде*, Вестн. Томск. гос. ун-та. Матем. Механ. (83), 166–179 (2023), DOI: 10.17223/19988621/83/14.
- [11] Seriani G., Oliveira S.P. *Numerical modeling of mechanical wave propagation*, Riv. Nuovo Cim. **43** (9), 459–514 (2020), DOI: <https://doi.org/10.1007/s40766-020-00009-0>.
- [12] Ширинкулов Т.Ш. *Расчет инженерных конструкций на упругом неоднородном основании* (Фан, Ташкент, 1972).
- [13] Сагдиев Х.С. *Сейсродинамика подземных тоннельных конструкций и сооружений типа оболочек, взаимодействующих с вязкоупругим грунтом*, Автореферат дисс. ... канд. техн. наук (Ташкент, 1982).
- [14] Уразбаев М.Т. *Сейсмостойкость упругих и гидроупругих систем* (Фан, Ташкент, 1966).
- [15] Safarov I.I., Almuratov Sh.N., Teshaeв M.Kh., Homidov F.F., Rayimov D.G. *On the dynamic stress-strain state of isotropic rectangular plates on an elastic base under vibration load*, Indian J. Engin. **17** (47), 127–133 (2020).
- [16] Safarov I.I., Kuldashov N.U., Teshaeв M.K., Ishmamatov M.R., Ruziev T.R. *On the distribution of free waves on the surface of a viscoelastic cylindrical cavity*, J. Vibrat. Engin. & Techn. **8** (4), 579–585 (2020), DOI: <https://doi.org/10.1007/s42417-019-00160-x>.
- [17] Ильина А.М., Корбут Б.А. *Колебания цилиндрической оболочки, содержащей упругий наполнитель*, Изв. РАН. Механ. тверд. тела (4), 183–186 (1968).
- [18] Колтунов М.А. *Ползучесть и релаксация*, Учебное пособие (Высш. шк., М., 1976).

- [19] Teshaeв M.Kh., Safarov I.I., Mirsaidov M. *Oscillations of multilayer viscoelastic composite toroidal pipes*, J. Serbian Soc. Comput. Mech. **13** (2), 104–115 (2019), DOI: <https://doi.org/10.24874/jsscm.2019.13.02.08>.
- [20] Сагдиев Х.С., Юнусалиев Э.М. *Колебания грунта и сооружений при промышленных взрывах в сложных горно-геологических условиях* (Фан, Ташкент, 2010).
- [21] Сагдиев Х.С., Тешабоев З.Р., Галиаскаров В.А., Шерниёзов Х.О., Мирзакабилов Б.Н. *Методика экспериментальных исследований сейсмического воздействия взрывов в карьере Шафазсай на здания и их грунтовые основания*, Международн. научно-техн. конф. “Прочность конструкций, сейсмодинамика зданий и сооружений”, 177–181 (Наука, Ташкент, 2017).
- [22] Mirsaidov M., Safarov I., Teshaeв M. *Dynamic instability of vibrations of thin-wall composite curvilinear viscoelastic tubes under the influence of pulse pressure*, E3S Web Conf., 14013, article 164 (2020), DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202016414013>.
- [23] Korenev B.G., Reznikov L.M. *Dynamic Vibration Absorbers. Theory and Technical Applications* (New York: Wiley, 1993).
- [24] Сафаров И., Мирзакабилов Б. *Контактные задачи линейно деформируемого основания*, Зелен. химия и устойчивое развитие **1** (1), 237–239 (2023), DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0119116>.
- [25] Safarov I., Teshaeв M., Yarashev J.A. *Vibrations of multilayer composite viscoelastic curved pipe under internal pressure*, в сб.: ИОП Conf. Ser. (Mater. Sci. Engin., 2021).

Бахтиёр Зафарович Нуриддинов

Ташкентский химико-технологический институт,
ул. Навои, д. 32, г. Ташкент, 100011, Республика Узбекистан;
Бухарский государственный университет,
ул. М. Икбола, д. 11, г. Бухара, 200117, Республика Узбекистан,
e-mail: nuriddinovbaxtiyor1985@gmail.com

Бекзод Наркузиевич Мирзакабилов

Ташкентский химико-технологический институт,
ул. Навои, д. 32, г. Ташкент, 100011, Республика Узбекистан,
e-mail: bmirzakabilov@inbox.ru

Уткирбек Сулейманович Курбанов

Джизакский государственный педагогический университет им. Абдуллы Кадыри,
ул. Шарафа Рашидова, д. 4, г. Джизак, 130100, Республика Узбекистан,
e-mail: utkiyinfo@gmail.com

B.Z. Nuriddinov, B.N. Mirzakabilov, and U.S. Kurbonov

Method for calculating underground special structures under dynamic impacts and natural vibration

Abstract. The solution to the problem of vibrations of a vertically oriented rod under dynamic loads is considered. Studies on the investigation of the stress-strain state and natural vibration of special-purpose underground structures under dynamic loads have been analyzed. The problem of the vibration of a vertically oriented rod under dynamic loads has been solved. It has been established that the issue of ensuring their seismic resistance depends on the properties of the soil environment, the design features of the structure and the applied seismic protection measures, the geometric dimensions and physical-mechanical properties of the material of the structures, the depth of their foundation, the nature of seismic impacts, etc.

Keywords: cylindrical structure, foundation, structure’s cover, soil, rod, beam, spherical wave.

Baxtiyor Zafarovich Nuriddinov

*Tashkent Institute of Chemical Technology,
32 Navoi str., Tashkent, 100011 Republic of Uzbekistan;
Bukhara State University,
11 M. Ikbol str., Bukhara, 200117 Republic of Uzbekistan,*

e-mail: nuriddinobaxtiyor1985@gmail.com

Bekzod Narkuzievich Mirzakabilov

*Tashkent Institute of Chemical Technology,
32 Navoi str., Tashkent, 100011 Republic of Uzbekistan,*

e-mail: bmirzakabilov@inbox.ru

Utkir Sulaymon ugli Kurbonov

*Jizzakh State Pedagogical University named after Abdulla Kadyri,
4 Sharof Rashidov str., Jizzakh, 130100 Republic of Uzbekistan,*

e-mail: utkiriyinfo@gmail.com