

Краткое сообщение

М.Д. МИССАРОВ, Д.А. ХАЙРУЛЛИН

**О ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ФУРЬЕ И РЕНОРМАЛИЗАЦИОННОЙ ГРУППЫ
В ОБОБЩЕННОЙ ФЕРМИОННОЙ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

Аннотация. На двумерной обобщенной иерархической решетке расстояние между противоположными вершинами квадрата элементарной ячейки отличается от расстояния между соседними вершинами и является новым параметром модели. В каждой вершине решетки поле задается набором из четырех компонент, являющихся образующими алгебры Грассмана. Гауссовская часть модели определяется квадратичным гамильтонианом, инвариантным относительно преобразования ренормализационной группы. Негауссовская часть модели задается грассманово-значной “плотностью свободной меры”, наборы коэффициентов которых трактуются как точки 2-мерной проективной плоскости. Преобразование ренормализационной группы в пространстве этих коэффициентов является однородным преобразованием четвертой степени в проективном пространстве. Исследуется коммутационное соотношение между преобразованием Фурье в пространстве “плотностей” и преобразованием ренормализационной группы.

Ключевые слова: ренормализационная группа, иерархическая решетка, фермионная модель, преобразование Фурье.

УДК: 517.538

DOI: 10.26907/0021-3446-2025-11-83-88

ВВЕДЕНИЕ

Напомним необходимые определения. Иерархические решетки и иерархические модели были введены в математическую физику Ф. Дайсоном [1]. В [2] было предложено обобщение этих моделей. Пусть $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ и $V_k^s = \{j \in T : k \cdot 2^s \leq j < (k+1) \cdot 2^s\}$, где $k \in T$, $s \in N = \{1, 2, 3, \dots\}$. Иерархическое расстояние $d_2(i, j)$, $i, j \in T$, $i \neq j$, определено как $d_2(i, j) = 2^{s(i, j)}$, где

$$s(i, j) = \min\{s : \text{есть } k \in T \text{ такое, что } i, j \in V_k^s\}.$$

Пусть $T^2 = T \times T$, $k = (k_1, k_2) \in T^2$,

$$V_k^s = \{(j_1, j_2) \in T^2 : k_1 \cdot 2^s \leq j_1 < (k_1 + 1) \cdot 2^s, k_2 \cdot 2^s \leq j_2 < (k_2 + 1) \cdot 2^s\}.$$

Для любых $k = (k_1, k_2) \in T^2$, $l = (l_1, l_2) \in T^2$, $k \neq l$, определено $s(k, l) = \max(s(k_1, l_1), s(k_2, l_2))$. Иерархическое расстояние на T^2 определено как $d_2(k, l) = 2^{s(k, l)}$. Рассмотрим четырехкомпонентное фермионное поле

Поступила в редакцию 24.09.2025, после доработки 24.09.2025. Принята к публикации 26.09.2025.

Благодарности. Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета (ПРИОРИТЕТ-2030).

$$\psi^*(i) = (\bar{\psi}_1(i), \psi_1(i), \bar{\psi}_2(i), \psi_2(i)), \quad i \in T^2,$$

все компоненты которого являются образующими алгебры Грассмана. Переобозначим V_0^N через Λ_N . Пусть Γ_N — подалгебра Грассмана, порожденная $4 \cdot 4^N$ образующими

$$\bar{\psi}_1(i), \psi_1(i), \bar{\psi}_2(i), \psi_2(i), \quad i \in \Lambda_N.$$

Действие ренормализационной группы $r(\alpha)$ на ψ^* определяется формулой

$$\psi^{*'}(i) \equiv (r(\alpha)\psi^*)(i) = 2^{-\alpha/2} \sum_{j \in V_i^1} \psi^*(j), \quad (1)$$

где $\alpha \in R^1$ — параметр ренормализационной группы.

Гауссовское фермионное поле с нулевым средним и бинарной корреляционной функцией

$$\langle \psi_n(k) \bar{\psi}_m(l) \rangle = \delta_{n,m} b(k, l), \quad n, m = 1, 2, \quad k, l \in T^2,$$

определяется на всей решетке как квазисостояние (математическое ожидание) $\langle \cdot \rangle$ на алгебре всех мономов. Определим следующие функции на T^2 :

$$d(k, l; \lambda) = d_2(k, l), \quad \text{если } s(k_1, l_1) \neq s(k_2, l_2), \quad d(k, l; \lambda) = \lambda d_2(k, l), \quad \text{если } s(k_1, l_1) = s(k_2, l_2),$$

$$f(k, l; \lambda; \alpha) = d^\alpha(k, l; \lambda), \quad \text{если } k \neq l, \quad f(k, k; \lambda; \alpha) = \frac{2 + \lambda^\alpha}{4(1 - 2^{-(2+\alpha)})},$$

λ — действительный параметр, $\lambda > 0$. Пусть $b(k, l; \lambda; \alpha) = f(k, l; \lambda; \alpha - 4)$. В работе [2] показано, что гауссовское фермионное поле с нулевым средним и бинарной корреляционной функцией

$$\langle \psi_n(k) \bar{\psi}_m(l) \rangle = \delta_{n,m} b(k, l; \lambda; \alpha), \quad n, m = 1, 2, \quad k, l \in T^2,$$

инвариантно относительно преобразования ренормгруппы с параметром α (см. (1)).

Рассмотрим ограничение этого гауссовского поля ψ^* на объем Λ_N . В [2] описывается представление этого ограничения в гиббсовской форме с помощью квадратичного гамильтониана $H_{0,N}(\psi^*; \lambda, \alpha)$. Негауссовское фермионное поле описывается как состояние (математическое ожидание) $\rho_N(\lambda; \alpha, u)$ на алгебре Γ_N вида

$$\rho_N(\lambda; \alpha; u)(F) = Z_N^{-1}(\lambda; \alpha; u) \int F \exp\{-H_{0,N}(\psi^*; \lambda; \alpha)\} \prod_{i \in \Lambda_N} u(\psi^*(i)) d\psi^*,$$

$$Z_N(\lambda; \alpha; u) = \int \exp\{-H_{0,N}(\psi^*; \lambda; \alpha)\} \prod_{i \in \Lambda_N} u(\psi^*(i)) d\psi^*,$$

где $F(\psi^*)$ — произвольный моном из Γ_N , а интегрирование производится по правилам суперанализа. Мы будем использовать грассмановские плотности общего вида

$$u(\psi^*(i)) = c_0 + c_1(\bar{\psi}_1(i)\psi_1(i) + \bar{\psi}_2(i)\psi_2(i)) + c_2\bar{\psi}_1(i)\psi_1(i)\bar{\psi}_2(i)\psi_2(i), \quad i \in \Lambda_N.$$

Здесь c_0, c_1, c_2 — вещественные числа такие, что $c_0^2 + c_1^2 + c_2^2 > 0$. Поскольку плотность “свободной меры” в силу нормализующего фактора $Z_N(\lambda; \alpha; u)$ определена с точностью до ненулевого константного множителя, мы можем трактовать точки $c = (c_0, c_1, c_2)$, как точки двумерного проективного пространства. В [2] было доказано, что

$$\rho'_N(\lambda; \alpha; u) = \rho_{N-1}(\lambda; \alpha; u'),$$

где

$$u'(\psi^{*'}) = \int \delta\left(\sum_{i \in V_0^1} \eta^*(i)\right) \exp\{-Q_0(\eta^*)\} * \prod_{i \in V_0^1} \left(u(2^{\alpha/2-2}\psi^{*'}) + \eta^*(i)\right) d\eta^*(i). \quad (2)$$

Обозначим преобразование в пространстве плотности, заданное правой частью (2), как $R(\alpha)u$. Из этой формулы видим, что преобразование ренормализационной группы $R(\alpha)$ является локальным и не зависит от N .

Пусть

$$\delta(\alpha; \lambda) = 2 \frac{(2^{2-\alpha} - 1)(\lambda^{\alpha-4} - 1)}{\lambda^{\alpha-4} + 2^{4-\alpha} - 2} + 2, \quad \gamma = 2^{\alpha-2}. \quad (3)$$

В [3] доказано, что $u'(\psi^{*'}) = R(\alpha)u$ и $u'(\psi^{*'})$ может быть записана в виде

$$u'(\psi^{*'}) = c'_0 + c'_1(\bar{\psi}'_1\psi'_1 + \bar{\psi}'_2\psi'_2) + c'_2\bar{\psi}'_1\psi'_1\bar{\psi}'_2\psi'_2,$$

$c'_0 = f_0(c; \delta)$, где $f_0(c; \delta) = \sum P_{i_0, i_1, i_2}^0(\delta) c_0^{i_0} c_1^{i_1} c_2^{i_2}$, а $P_{i_0, i_1, i_2}^0(\delta)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{4,0,0}^0(\delta) &= \delta^2 - 2\delta + 1, & P_{3,1,0}^0(\delta) &= -4\delta^2 + 6\delta - 2, & P_{3,0,1}^0(\delta) &= \delta^2 - \delta + \frac{1}{4}, \\ P_{2,2,0}^0(\delta) &= 5\delta^2 - 3\delta - \frac{5}{4}, & P_{2,1,1}^0(\delta) &= -2\delta^2 - \delta + 1, & P_{2,0,2}^0(\delta) &= \frac{\delta^2}{4} + \frac{1}{2}, \\ P_{1,3,0}^0(\delta) &= -2\delta^2 - 3\delta + 3, & P_{1,2,1}^0(\delta) &= \frac{\delta^2}{2} + 5\delta - \frac{3}{2}, & P_{1,1,2}^0(\delta) &= -\delta - 1, \\ P_{1,0,3}^0(\delta) &= \frac{1}{4}, & P_{0,4,0}^0(\delta) &= \frac{\delta^2}{4} + \delta, & P_{0,3,1}^0(\delta) &= -\delta - 1, & P_{0,2,2}^0(\delta) &= \frac{3}{4}; \end{aligned} \quad (4)$$

$c'_1 = \gamma f_1(c; \delta)$, где $f_1(c; \delta) = \sum P_{i_0, i_1, i_2}^1(\delta) c_0^{i_0} c_1^{i_1} c_2^{i_2}$, а $P_{i_0, i_1, i_2}^1(\delta)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{3,1,0}^1(\delta) &= \delta^2 - 2\delta + 1, & P_{3,0,1}^1(\delta) &= -\frac{\delta^2}{2} + \frac{\delta}{4} - \frac{1}{4}, & P_{2,2,0}^1(\delta) &= -\frac{7\delta^2}{2} + \frac{21\delta}{4} - \frac{7}{4}, \\ P_{2,1,1}^1(\delta) &= \frac{5\delta^2}{2} - 2\delta, & P_{2,0,2}^1(\delta) &= -\frac{\delta^2}{4} - \frac{\delta}{2} + \frac{1}{2}, & P_{1,3,0}^1(\delta) &= \frac{7\delta^2}{2} - 2\delta - 1, \\ P_{1,2,1}^1(\delta) &= -3\delta^2 - \frac{3\delta}{2} + \frac{3}{2}, & P_{1,1,2}^1(\delta) &= \frac{\delta^2}{2} + 2\delta, & P_{1,0,3}^1(\delta) &= -\frac{\delta}{4} - \frac{1}{4}, \\ P_{0,4,0}^1(\delta) &= -\frac{3\delta^2}{4} - 2\delta + 2, & P_{0,3,1}^1(\delta) &= \frac{\delta^2}{2} + 4\delta - 1, & P_{0,2,2}^1(\delta) &= -\frac{7\delta}{4} - \frac{7}{4}, & P_{0,1,3}^1(\delta) &= 1; \end{aligned} \quad (5)$$

$c'_2 = \gamma^2 f_2(c; \delta)$, где $f_2(c; \delta) = \sum P_{i_0, i_1, i_2}^2(\delta) c_0^{i_0} c_1^{i_1} c_2^{i_2}$, а $P_{i_0, i_1, i_2}^2(\delta)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{3,0,1}^2(\delta) &= \frac{\delta^2}{4} - \frac{\delta}{2} + \frac{1}{4}, & P_{2,2,0}^2(\delta) &= \frac{3\delta^2}{4} - \frac{3\delta}{2} + \frac{3}{4}, & P_{2,1,1}^2(\delta) &= -2\delta^2 + 3\delta - 1, \\ P_{2,0,2}^2(\delta) &= \frac{3\delta^2}{4} - \delta + \frac{1}{2}, & P_{1,3,0}^2(\delta) &= -2\delta^2 + 3\delta - 1, & P_{1,2,1}^2(\delta) &= 4\delta^2 - 2\delta - \frac{3}{2}, \\ P_{1,1,2}^2(\delta) &= -2\delta^2 - \delta + 1, & P_{1,0,3}^2(\delta) &= \frac{\delta^2}{4} + \frac{\delta}{2} + \frac{1}{4}, & P_{0,4,0}^2(\delta) &= \frac{5\delta^2}{4} - \delta, \\ P_{0,3,1}^2(\delta) &= -2\delta^2 - 3\delta + 3, & P_{0,2,2}^2(\delta) &= \frac{3\delta^2}{4} + \frac{11\delta}{2} - \frac{5}{4}, & P_{0,1,3}^2(\delta) &= -2\delta - 2, & P_{0,0,4}^2(\delta) &= 1. \end{aligned} \quad (6)$$

В формулах (4)–(6) суммирование ведется по всевозможным наборам целых неотрицательных индексов i_0, i_1, i_2 , сумма которых равна четырём, а $\delta = \delta(\alpha; \lambda)$.

Стоит отметить, что отображение, заданное формулами (4)–(6), зависит не только от α , но также и от параметра λ , так как $\delta = \delta(\alpha; \lambda)$. Поэтому обозначим отображение реонормализационной группы $R(\alpha)$ в c -координатах, как $R(\alpha; \delta(\alpha; \lambda))$:

$$R(\alpha; \delta(\alpha; \lambda))(c_0, c_1, c_2) = (f_0(c; \delta(\alpha; \lambda)), \gamma f_1(c; \delta(\alpha; \lambda)), \gamma^2 f_2(c; \delta(\alpha; \lambda))).$$

1. КОММУТАЦИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ

Рассмотрим пространство грассмановозначных плотностей вида

$$u(\psi^*; c_0, c_1, c_2) = c_0 + c_1(\bar{\psi}_1\psi_1 + \bar{\psi}_2\psi_2) + c_2\bar{\psi}_1\psi_1\bar{\psi}_2\psi_2.$$

Определим преобразование Фурье $F_{\psi^* \rightarrow \zeta^*}$ как

$$F_{\psi^* \rightarrow \zeta^*}(u(\psi^*; c_0, c_1, c_2)) = \int e^{-\bar{\zeta}_1\psi_1 + \bar{\zeta}_1\bar{\psi}_1 + \bar{\zeta}_2\psi_2 + \bar{\zeta}_2\bar{\psi}_2} u(\psi^*, c_0, c_1, c_2) d\psi_1 d\bar{\psi}_1 d\psi_2 d\bar{\psi}_2.$$

Легко видеть, что

$$F_{\psi^* \rightarrow \zeta^*}(u(\psi^*; c_0, c_1, c_2)) = u(\zeta^*; c_2, c_1, c_0),$$

т. е. преобразование Фурье переставляет коэффициенты формы $(u(\psi^*; c_0, c_1, c_2))$ в обратном порядке.

В обычной d -мерной иерархической модели ($\lambda = 1$) справедливо коммутационное соотношение $FR(\alpha) = R(2d - \alpha)F$. В нашей обобщенной иерархической модели $d = 2$.

Теорема. В обобщенной иерархической модели коммутационное соотношение $FR(\alpha) = R(4 - \alpha)F$ верно тогда и только тогда, когда $\lambda = 1, 2^{-1}, 2^{-\frac{1}{2}}$.

Схема доказательства. Заметим, что $\gamma(4 - \alpha) = \gamma^{-1}(\alpha)$,

$$\begin{aligned} FR(\alpha)(c_0, c_1, c_2) &= (\gamma^2(\alpha)f_2(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda)), \gamma(\alpha)f_1(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda)), f_0(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))) = \\ &= (\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2 \gamma^2(\alpha) \left(\frac{f_2(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2}, \right. \\ &\quad \left. \gamma^{-1}(\alpha) \frac{f_1(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2}, \gamma^{-2}(\alpha) \frac{f_0(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} \right) = \\ &= \left(\frac{f_2(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2}, \gamma(4 - \alpha) \frac{f_1(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2}, \gamma^2(4 - \alpha) \frac{f_0(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} \right). \end{aligned}$$

Для того чтобы выполнялось коммутационное соотношение, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие равенства:

$$\frac{f_2(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = f_0(c_2, c_1, c_0; \delta(4 - \alpha; \lambda)), \quad (7)$$

$$\frac{f_1(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = f_1(c_2, c_1, c_0; \delta(4 - \alpha; \lambda)), \quad (8)$$

$$\frac{f_0(c_0, c_1, c_2; \delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = f_2(c_2, c_1, c_0; \delta(4 - \alpha; \lambda)). \quad (9)$$

Отсюда следует, что для всех наборов целых неотрицательных индексов i_0, i_1, i_2 таких, что их сумма равна четырём, должны выполняться соотношения (7)–(9), записанные в виде

$$\frac{P_{i_0, i_1, i_2}^2(\delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = P_{i_2, i_1, i_0}^0(\delta(4 - \alpha; \lambda)), \quad (10)$$

$$\frac{P_{i_0, i_1, i_2}^1(\delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = P_{i_2, i_1, i_0}^1(\delta(4 - \alpha; \lambda)), \quad (11)$$

$$\frac{P_{i_0, i_1, i_2}^0(\delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = P_{i_2, i_1, i_0}^2(\delta(4 - \alpha; \lambda)). \quad (12)$$

Рассмотрим, например, уравнение

$$\frac{P_{1,3,0}^2(\delta(\alpha; \lambda))}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = P_{0,3,1}^0(\delta(4 - \alpha; \lambda)),$$

которое принимает вид

$$\frac{2\delta(\alpha; \lambda)^2 + 3\delta(\alpha; \lambda) - 1}{(\delta(\alpha; \lambda) - 1)^2} = -\delta(4 - \alpha; \lambda) - 1.$$

После несложных преобразований получаем

$$\delta(4 - \alpha; \lambda) = \frac{\delta(\alpha; \lambda)}{\delta(\alpha; \lambda) - 1}. \quad (13)$$

Можно проверить, что после подстановки в правые части уравнений (10)–(12) представления (13), они становятся тождествами.

После подстановки (3) в (13) получаем

$$-2^\alpha + 8 - 2\lambda^{-4} - 3\lambda^{\alpha-4} - 3\lambda^{-\alpha} + 2^{\alpha-2}\lambda^{-4} + 3\lambda^{\alpha-4}2^{\alpha-2} - 2^{4-\alpha} + 2^{2-\alpha}\lambda^{-4} + 3\lambda^{-\alpha}2^{2-\alpha} = 0. \quad (14)$$

Исследуем трансцендентное уравнение (14), как уравнение по λ с параметром α . Пусть $\alpha = 1$. Тогда уравнение (14) принимает вид

$$-2 + \frac{3}{\lambda} - \frac{3}{2\lambda^3} + \frac{1}{2\lambda^4} = 0$$

и имеет три положительных корня $\lambda = 1, 2^{-1}, 2^{-\frac{1}{2}}$.

Можно проверить, что при $\lambda = 1, 2^{-1}, 2^{-\frac{1}{2}}$ уравнение (14) выполняется при всех значениях α . Схема доказательства завершена.

Так как $F^{-1} = F$, то из соотношения $FR(\alpha) = R(4 - \alpha)F$ получаем

$$FR(\alpha)F = R(4 - \alpha). \quad (15)$$

Из (15) следует, что исследование динамики отображений $R(\alpha)$ при $\alpha < 2$ сводится к исследованию динамики $R(\alpha)$ при $\alpha > 2$.

Например, известно, что точка $C^0 = (1, 0, 0)$ (аналог “гауссовской” неподвижной точки в бозонном случае) и точка $C^1 = (0, 0, 1)$, задающая грассманову дельта-функцию $\delta(\psi) = \bar{\psi}_1\psi_1\bar{\psi}_2\psi_2$, являются неподвижными точками $R(\alpha)$ при всех α , причем $FC^0 = C^1$. В [3] показано, что значение $\alpha = 3$ является бифуркационным значением $R(\alpha)$ в неподвижной точке C^0 . Это означает, что в окрестности точки C^0 существует “негауссовская” ветвь неподвижных точек $A(3 + \varepsilon) = (a_0(3 + \varepsilon), a_1(3 + \varepsilon), a_2(3 + \varepsilon))$ такая, что $R(3 + \varepsilon)A(3 + \varepsilon) = A(3 + \varepsilon)$ и $A(3) = C^0$.

Пусть $B(\varepsilon) = FA(3 + \varepsilon) = (a_2(3 + \varepsilon), a_1(3 + \varepsilon), a_0(3 + \varepsilon))$. Тогда из (15) получаем, что $R(1 - \varepsilon)B(\varepsilon) = B(\varepsilon)$ и $B(0) = C^1 = (0, 0, 1)$. Это означает, что ветвь $B(\varepsilon)$ является ветвью неподвижных точек отображений $R(1 - \varepsilon)$, бифурцирующей от точки C^1 .

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Dyson F.J. *Existence of a phase-transition in a one-dimensional Ising ferromagnet*, Commun. Math. Phys. **12** (2), 91–107 (1969).
- [2] Missarov M.D. *New variant of the fermionic model on the hierarchical two-dimensional lattice*, p-Adic Numb. Ultrametric Anal. Appl. **12** (2), 163–170 (2020).
- [3] Миссаров М.Д., Хайруллин Д.А. *Преобразование ренормализационной группы в обобщенной фермионной иерархической модели*, Изв. РАН. Сер. матем. **87** (5), 164–176 (2023).

Мукадас Дмухтасибович Миссаров

Казанский федеральный университет,
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия,
e-mail: mukadas.missarov@yandex.ru

Дмитрий Айратович Хайруллин

Казанский федеральный университет,
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия,
e-mail: dimahajrullin@outlook.com

M.D. Missarov and D.A. Khajrullin

On Fourier and renormalization group transformations in the generalized hierarchical fermionic model

Abstract. On a two-dimensional generalized hierarchical lattice, the distance between opposite vertices of a unit cell square differs from the distance between adjacent vertices and is a new parameter of the model. At each lattice vertex, the field is defined by a set of four components that are generators of the Grassmann algebra. The Gaussian part of the model is determined by a quadratic Hamiltonian which is invariant under the renormalization group transformation. The non-Gaussian part of the model is defined by a Grassmann-valued “free measure density”, whose sets of coefficients are treated as points in a two-dimensional projective plane. The renormalization group transformation in the space of these coefficients is a homogeneous transformation of degree 4 in the projective space. The commutation relation between the Fourier transform in the space of “densities” and the renormalization group transformation is investigated.

Keywords: renormalization group, hierarchical lattice, fermionic model, Fourier transformation.

Mukadas Dmuhtasibovich Missarov

Kazan Federal University,
18 Kremlyovskaya str., Kazan, 420008 Russia,
e-mail: mukadas.missarov@yandex.ru

Dmitrij Airatovich Khajrullin

Kazan Federal University,
18 Kremlyovskaya str., Kazan, 420008 Russia,
e-mail: dimahajrullin@outlook.com