

А.С. БЕДРИЦКИЙ

О ТОПОЛОГИЧЕСКИ РАВНОМЕРНО НЕПРЕРЫВНОМ ОТОБРАЖЕНИИ

Аннотация. Пусть X, Y — метризуемые топологические пространства. Отображение $X \xrightarrow{f} Y$ названо топологически равномерно непрерывным, если для любой допустимой (т. е. согласованной с топологией) метрики ρ на X существует допустимая метрика σ на Y такая, что для метрических пространств (X, ρ) и (Y, σ) отображение $(X, \rho) \xrightarrow{f} (Y, \sigma)$ равномерно непрерывно. Работа посвящена изучению свойств таких отображений. Как основной результат показано, что в некотором смысле топологически равномерно непрерывные отображения близки к совершенным отображениям.

Ключевые слова: равномерно непрерывное отображение, совершенное отображение, топологически равномерно непрерывное отображение, гиперпространство, метрика Хаусдорфа, инфимальная топология.

УДК: 515.12

DOI: 10.26907/0021-3446-2025-10-44-49

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, в случае метризуемости топологического пространства X , топология на экспоненте $\text{exp } X$ ($\text{exp } X$ — множество всех непустых замкнутых подмножеств пространства X) может быть задана метрикой Хаусдорфа $\hat{\rho}$, соответствующей некоторой допустимой (т. е. согласованной с топологией) метрике ρ на X . Введенную таким образом топологию на $\text{exp } X$ обозначим через $\tau_{\hat{\rho}}$. Отметим, что топология $\tau_{\hat{\rho}}$ зависит от выбора метрики ρ (т. е. эквивалентные метрики ρ и σ на X могут порождать различные топологии $\tau_{\hat{\rho}}$ и $\tau_{\hat{\sigma}}$ на $\text{exp } X$, подробнее см., например, [1], с. 441). Таким образом, возникает некоторое семейство топологий $\mathcal{T} = \{\tau_{\hat{\rho}} \mid \rho \in \Omega_X\}$, где Ω_X — множество всех допустимых метрик на X . В частично упорядоченном по включению семействе всех топологий на множестве $\text{exp } X$ для указанного семейства $\mathcal{T}$ определены точные нижняя $\tau_{\inf}$ и верхняя $\tau_{\sup}$ грани. Топология $\tau_{\inf}$ является пересечением всех топологий вида $\tau_{\hat{\rho}}$, а топология $\tau_{\sup}$ задается предбазой $\cup\{\tau_{\hat{\rho}} \mid \rho \in \Omega_X\}$ (подробнее о топологии $\tau_{\sup}$ см. [2], о топологии $\tau_{\inf}$ — [3], [4]).

Одной из задач, возникающей в теории экспоненциальных пространств, является задача о непрерывном продолжении отображения $X \xrightarrow{f} Y$ до отображения $\text{exp } X \xrightarrow{g} \text{exp } Y$. При решении этой задачи для случая, когда пространства X и Y метризуемы, а на экспонентах $\text{exp } X$ и $\text{exp } Y$ задана указанная выше инфимальная топология $\tau_{\inf}$ (см. [5]), возник класс отображений, тесно связанных с понятием равномерной непрерывности: в [5] такие отображения были названы TUC-отображениями или отображениями, удовлетворяющими условию (TUC) (Topologically Uniformly Continuous). Непрерывное отображение $X \xrightarrow{f} Y$

названо TUC-отображением, если для любой допустимой метрики ρ на X существует такая допустимая метрика σ на Y , что для метрических пространств (X, ρ) и (Y, σ) отображение $(X, \rho) \xrightarrow{f} (Y, \sigma)$ равномерно непрерывно. В [5] было показано, что если отображение f удовлетворяет условию (TUC), то для f существует непрерывное продолжение $\exp X \xrightarrow{g} \exp Y$ на экспоненты с топологией $\tau_{\inf}$ (в [5] обозначено через $\bar{f}$).

Данное выше определение TUC-отображения можно отнести к т. н. “внешним” определениям ввиду использования в нем понятия метрики. Предлагаемая статья посвящена изучению “внутренних” свойств (или “внутренней” структуры) таких отображений. В результате получено необходимое условие топологической равномерной непрерывности отображения: оказывается, что в некотором смысле TUC-отображения близки к совершенным отображениям.

Коротко об основных понятиях и обозначениях, встречающихся в тексте. Всюду далее все топологические пространства предполагаются метризуемыми, все отображения — непрерывными. Пусть $A \subset X$. Через $[A]_X$ обозначим замыкание множества A в пространстве X . Пусть $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ и $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательности в пространстве X . Скажем, что эти последовательности дизъюнкты, если дизъюнкты множества $\{a_n | n \in \mathbb{N}\}$ и $\{b_n | n \in \mathbb{N}\}$ (с формальной точки зрения последовательность $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ есть отображение $\mathbb{N} \ni n \rightarrow a_n \in X$, а множество $\{a_n | n \in \mathbb{N}\}$ — образ при этом отображении). Последовательность $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ назовем Δ -последовательностью, если $a_n \neq a_k$ при $n \neq k$ и множество $\{a_n | n \in \mathbb{N}\}$ замкнуто в X и дискретно (как подпространство). Точку $x \in X$ назовем предельной для последовательности $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, если любая окрестность точки x содержит бесконечно много членов этой последовательности (хотя, возможно, эти члены составляют стационарную подпоследовательность, т. е. все они — одна и та же точка пространства X). Наконец, образом последовательности $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ при отображении $X \xrightarrow{f} Y$ назовем последовательность $(f(a_n))_{n=1}^{\infty}$.

TUC-ОТОБРАЖЕНИЯ И ИХ СВОЙСТВА

Приведем еще раз определение TUC-отображения.

Определение 1 ([5]). Отображение $X \xrightarrow{f} Y$ называется TUC-отображением, или удовлетворяющим условию (TUC), если для любой метрики $\rho \in \Omega_X$ существует метрика $\sigma \in \Omega_Y$, при которой отображение $(X, \rho) \xrightarrow{f} (Y, \sigma)$ равномерно непрерывно.

В дальнейшем при проверке равномерной непрерывности отображения будет удобно пользоваться следующим критерием.

Предложение 1 ([5]). *Следующие условия равносильны:*

- 1) *отображение $(X, \rho) \xrightarrow{f} (Y, \sigma)$ равномерно непрерывно;*
- 2) *если $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ и $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательности в X и $\rho(a_n, b_n) \rightarrow 0$, то $\sigma(f(a_n), f(b_n)) \rightarrow 0$;*
- 3) *если $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ и $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ — дизъюнкты Δ -последовательности в X и $\rho(a_n, b_n) \rightarrow 0$, то $\sigma(f(a_n), f(b_n)) \rightarrow 0$;*
- 4) *если $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ и $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ — дизъюнкты Δ -последовательности в X и $\rho(a_n, b_n) \rightarrow 0$, то можно выбрать последовательность номеров $n_1 < n_2 < \dots$ так, чтобы $\sigma(f(a_{n_i}), f(b_{n_i})) \rightarrow 0$.*

Приведем несколько простых примеров.

Пример 1. Всякое непрерывное отображение $K \xrightarrow{f} Y$, где K — компакт, в силу известной теоремы Кантора будет равномерно непрерывным при любом выборе метрик $\rho \in \Omega_X$ и $\sigma \in \Omega_Y$ и, следовательно, является TUC-отображением.

Пример 2. Очевидно, что всякое постоянное отображение $X \xrightarrow{f} \{y\} \in Y$ будет удовлетворять условию (TUC).

Пример 3. Пусть $X = \mathbb{N}$ — натуральный ряд, снабженный дискретной топологией, а $Y = \{0; 1\}$ — дискретное двоеточие. Отображение $\mathbb{N} \xrightarrow{f} \{0; 1\}$ определим так: все четные числа переходят в нуль, а нечетные — в единицу. Пусть $A = \{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ — четные числа, а $B = \{b_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ — нечетные ($a_n = 2n$, $b_n = 2n - 1$). На $\mathbb{N} = A \cup B$ рассмотрим следующую метрику: $\rho(a_n, b_n) = \frac{1}{n}$, $\rho(a_n, a_m) = \rho(a_n, b_m) = \rho(b_n, b_m) = 1$ при $n \neq m$. Таким образом, $\rho(a_n, b_n) \rightarrow 0$, но в то же время для любого $n \in \mathbb{N}$ имеем $\sigma(f(a_n), f(b_n)) = \sigma(0, 1) > 0$ для любой метрики $\sigma \in \Omega_Y$. Следовательно, отображение f не удовлетворяет условию (TUC).

Случай из примера 3 является следствием общего утверждения о TUC-отображениях (см. лемму). Для его доказательства нам понадобится следующий важный факт, установленный Хаусдорфом.

Предложение 2 ([6], см. также [1], с. 439). Пусть пространство X метризуемо и F — замкнутое в X множество. Тогда для любой метрики ρ_0 на F , согласованной с индуцированной топологией, существует допустимая метрика на X , совпадающая на F с ρ_0 .

Лемма. Пусть $X \xrightarrow{f} Y$ и существуют Δ -последовательности $(a_n)_{n=1}^\infty$ и $(b_n)_{n=1}^\infty$ в X такие, что в Y хотя бы одна из последовательностей $(f(a_n))_{n=1}^\infty$ и $(f(b_n))_{n=1}^\infty$ имеет предельную точку, не являющуюся предельной для другой последовательности. Тогда f не удовлетворяет условию (TUC).

Доказательство. Пусть $y_0 \in Y$ — точка, предельная только лишь для одной последовательности. Для определенности положим, что y_0 — предельная точка последовательности $(f(a_n))_{n=1}^\infty$. Тогда в Y можно выбрать окрестность V точки y_0 и последовательность номеров $n_1 < n_2 < \dots$ так, чтобы $f(a_{n_i}) \rightarrow y_0$ и $f(b_{n_i}) \notin V$ при всех $i \in \mathbb{N}$. Далее рассмотрим в X дизъюнктные Δ -последовательности $(a_{n_i})_{i=1}^\infty$ и $(b_{n_i})_{i=1}^\infty$. Для точек множества $F = \{a_{n_i} \mid i \in \mathbb{N}\} \cup \{b_{n_i} \mid i \in \mathbb{N}\}$ положим (ср. с примером 3): $\rho_0(a_{n_i}, b_{n_i}) = \frac{1}{i}$ для любого $i \in \mathbb{N}$, $\rho_0(a_{n_i}, b_{n_j}) = \rho_0(a_{n_i}, a_{n_j}) = \rho_0(b_{n_i}, b_{n_j}) = 1$ при $i \neq j$. Несложно проверить, что ρ_0 является допустимой метрикой на замкнутом в X дискретном множестве F . В таком случае, исходя из предложения 2, существует метрика $\rho \in \Omega_X$, совпадающая на F с ρ_0 . Итак, $\rho(a_{n_i}, b_{n_i}) = \rho_0(a_{n_i}, b_{n_i}) = \frac{1}{i} \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$. Однако для любой метрики $\sigma \in \Omega_Y$ найдется радиус $\varepsilon_\sigma > 0$ такой, что открытый шар $B_\sigma(y_0, \varepsilon_\sigma)$ с центром в y_0 содержится в V . Поскольку $f(a_{n_i}) \rightarrow y_0$, то $f(a_{n_i}) \in B_\sigma(y_0, \frac{\varepsilon_\sigma}{2})$ для всех i , начиная с некоторого номера $N_\sigma \in \mathbb{N}$. Но тогда, рассмотрев цепочку неравенств

$$\varepsilon_\sigma \leq \sigma(f(b_{n_i}), y_0) \leq \sigma(f(b_{n_i}), f(a_{n_j})) + \sigma(f(a_{n_j}), y_0) < \frac{\varepsilon_\sigma}{2} + \sigma(f(b_{n_i}), f(a_{n_j})),$$

получаем соотношение $\sigma(f(b_{n_i}), f(a_{n_j})) > \frac{\varepsilon_\sigma}{2}$, справедливое для любых $i, j \geq N_\sigma$. В таком случае согласно предложению 1 отображение f не является равномерно непрерывным при любом выборе метрики $\sigma \in \Omega_Y$ и, следовательно, не удовлетворяет условию (TUC). $\square$

Напомним, что отображение $X \xrightarrow{f} Y$ называется совершенным, если образ любого замкнутого в X множества замкнут в Y и все прообразы вида $f^{-1}(y)$ компактны. Справедлив следующий критерий совершенности отображения $X \xrightarrow{f} Y$ (в [1], с. 283, доказан для класса пространств, более широкого, чем метризуемые).

Предложение 3. *Отображение $X \xrightarrow{f} Y$ совершенно тогда и только тогда, когда прообраз $f^{-1}(Z)$ каждого компактного множества $Z \subset Y$ компактен.*

Как видно из примера 2, всякое постоянное отображение удовлетворяет условию (TUC). Таким образом, далее можем считать, что образ $f(X)$ при отображении $X \xrightarrow{f} Y$ неодноточечный.

Теорема 1. *Пусть отображение $X \xrightarrow{f} Y$ удовлетворяет условию (TUC). Тогда либо f совершенно, либо удовлетворяет одному из следующих условий:*

- а) *существует точка $y_0 \in f(X)$, прообраз которой не компактен, и при этом множество $f(X)$ компактно, а отображение $X \setminus f^{-1}(y_0) \xrightarrow{f} Y \setminus \{y_0\}$ совершенно;*
- б) *существуют замкнутое в X множество F и точка $y_0 \in f(X)$ такие, что $[f(F)]_Y \setminus f(F) \ni y_0$, и при этом множество $f(X)$ компактно, а отображение $X \setminus f^{-1}(y_0) \xrightarrow{f} Y \setminus \{y_0\}$ совершенно;*
- с) *существует точка $y_0 \in Y \setminus f(X)$ такая, что $y_0 \in [f(X)]_Y$, и при этом $[f(X)]_Y = f(X) \cup \{y_0\}$, множество $[f(X)]_Y$ компактно, а отображение $X \xrightarrow{f} Y \setminus \{y_0\}$ совершенно.*

Доказательство. Из приведенных выше примеров следует, что TUC-отображение может быть как совершенным, так и не совершенным. Пусть отображение f не является совершенным. Тогда либо найдется точка y_0 в Y , прообраз которой не компактен, либо — замкнутое в X множество F , образ которого не замкнут. Предположим первое. В таком случае в X найдется Δ -последовательность $(a_n)_{n=1}^\infty$, образ которой совпадает с точкой y_0 (т. е. $y_0 = f(a_n)$ для любого $n \in \mathbb{N}$). Тогда согласно лемме точка y_0 будет предельной для образа всякой Δ -последовательности из X , откуда, как нетрудно показать, следует компактность множества $f(X)$. Действительно, предположим от противного, что $f(X)$ содержит замкнутое в $f(X)$ и дискретное множество $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ($x_n \neq x_k$ при $n \neq k$) и $x_n \neq y_0$ для любого $n \in \mathbb{N}$. Но тогда, выбирая $b_n \in f^{-1}(x_n)$ для любого $n \in \mathbb{N}$, получим Δ -последовательность $(b_n)_{n=1}^\infty$ в X , образом которой является последовательность $(x_n)_{n=1}^\infty$ (т. е. $f(b_n) = x_n$). Очевидно, что точка y_0 не будет предельной для последовательности $(x_n)_{n=1}^\infty$. Полученное в силу леммы противоречие с условием (TUC) влечет компактность множества $f(X)$. Далее предположим от противного, что существует компакт $Z \subset Y \setminus \{y_0\}$, имеющий некомпактный прообраз $f^{-1}(Z)$. Следовательно, множество $f^{-1}(Z)$ содержит некоторую Δ -последовательность $(c_n)_{n=1}^\infty$. Но тогда точка y_0 , предельная для последовательности $(f(a_n))_{n=1}^\infty$ (см. выше), не будет предельной для последовательности $(f(c_n))_{n=1}^\infty$. В таком случае, исходя из леммы, отображение f не удовлетворяет условию (TUC). Получили противоречие. Итак, прообраз $f^{-1}(Z)$ каждого компактного множества $Z \subset Y \setminus \{y_0\}$ компактен, что согласно предложению 3 означает совершенность отображения $X \setminus f^{-1}(y_0) \xrightarrow{f} Y \setminus \{y_0\}$, тем самым п. а) доказан.

Перейдем к ситуации, когда TUC-отображение f не замкнуто. Тогда существует такое замкнутое в X множество F , что $[f(F)]_Y \setminus f(F) \neq \emptyset$. Пользуясь леммой, нетрудно показать, что множество $[f(F)]_Y \setminus f(F)$ состоит из одной точки. Действительно, допустим от противного, что $[f(F)]_Y \setminus f(F) \supset \{y_0, z_0\}$ и $y_0 \neq z_0$. В $f(F)$ выберем дизъюнктные последовательности $(p_n)_{n=1}^\infty$ и $(q_n)_{n=1}^\infty$ ($p_n \neq p_k$ и $q_n \neq q_k$ при $n \neq k$), сходящиеся к y_0 и z_0 соответственно.

Затем выберем точки $a_n \in f^{-1}(p_n) \cap F$ и $b_n \in f^{-1}(q_n) \cap F$. Легко проверить, что $(a_n)_{n=1}^\infty$ и $(b_n)_{n=1}^\infty$ — Δ -последовательности в X , и при этом точка y_0 , предельная для последовательности $(f(a_n))_{n=1}^\infty$, не является предельной для последовательности $(f(b_n))_{n=1}^\infty$. В силу леммы получаем противоречие с условием (TUC). Итак, полагаем $[f(F)]_Y \setminus f(F) = \{y_0\}$. Остается рассмотреть два случая: $y_0 \in f(X)$ (случай б)); $y_0 \in Y \setminus f(X)$ и при этом можем считать, что $F = X$ (случай с)). В обоих случаях рассматривая точку y_0 и описанные выше последовательности $(p_n)_{n=1}^\infty$ и $(a_n)_{n=1}^\infty$ приходим фактически к ситуации случая а) $((a_n)_{n=1}^\infty$ — Δ -последовательность в X , y_0 — предельная точка последовательности $(f(a_n))_{n=1}^\infty$), и доказательства компактности множеств $f(X)$ (случай б)) и $[f(X)]_Y$ (случай с)) и совершенности отображений $X \setminus f^{-1}(y_0) \xrightarrow{f} Y \setminus \{y_0\}$ (случай б)) и $X \xrightarrow{f} Y \setminus \{y_0\}$ (случай с)) аналогичны. $\square$

Изучим далее вопрос об обратимости теоремы 1. Положительный ответ на этот вопрос получен при наложении некоторых дополнительных условий на пространство Y . Приведем сначала некоторые вспомогательные определения и утверждения.

Определение 2 ([7]). Допустимая метрика ρ на некомпактном пространстве X называется уплотняющей, если соответствующее пополнение $\tilde{X}$ — компакт с одноточечным наростом $\tilde{X} \setminus X$.

Предложение 4 ([7]). Пространство X допускает уплотняющую метрику тогда и только тогда, когда X локально компактно и со счетной базой.

Предложение 5 ([4]). Допустимая метрика ρ на некомпактном пространстве X является уплотняющей тогда и только тогда, когда для любых двух последовательностей $(x_n)_{n=1}^\infty$ и $(y_n)_{n=1}^\infty$, не имеющих предельных точек в X , $\rho(x_n, y_n) \rightarrow 0$.

Теорема 2. Отображение $X \xrightarrow{f} Y$ удовлетворяет условию (TUC), если выполняется одно из условий а)–с) теоремы 1, либо отображение f совершенно, а пространство Y локально компактно и со счетной базой.

Доказательство. Пусть $(a_n)_{n=1}^\infty$ — Δ -последовательность в X , y_0 — точка в пространстве Y , описанная в пп. а)–с). Если $a_n \notin f^{-1}(y_0)$ лишь для конечного числа номеров n , то, очевидно, $f(a_n) \rightarrow y_0$.

Пусть далее члены последовательности $(a_n)_{n=1}^\infty$, не лежащие в $f^{-1}(y_0)$, образуют подпоследовательность $(a_{n_i})_{i=1}^\infty$. В силу совершенности отображения $X \setminus f^{-1}(y_0) \xrightarrow{f} Y \setminus \{y_0\}$ ($f^{-1}(y_0) = \emptyset$ в случае с)) последовательность $(f(a_{n_i}))_{i=1}^\infty$ не имеет в $Y \setminus \{y_0\}$ предельных точек. А поскольку $(f(a_{n_i}))_{i=1}^\infty \subset [f(X)]_Y$ и множество $[f(X)]_Y$ компактно ($[f(X)]_Y = f(X)$ в случаях а) и б)), то $f(a_{n_i}) \rightarrow y_0$. Но тогда, очевидно, и $f(a_n) \rightarrow y_0$. Итак, во всех трех случаях а)–с) $f(a_n) \rightarrow y_0$. Но тогда в силу предложения 1 отображение $(X, \rho) \xrightarrow{f} (Y, \sigma)$ равномерно непрерывно при любых метриках $\rho \in \Omega_X$ и $\sigma \in \Omega_Y$, а следовательно, удовлетворяет условию (TUC).

Предположим теперь, что отображение $X \xrightarrow{f} Y$ совершенно. Как и выше, зафиксируем метрику $\rho \in \Omega_X$ и рассмотрим в X такие дизъюнктные Δ -последовательности $(a_n)_{n=1}^\infty$ и $(b_n)_{n=1}^\infty$, для которых $\rho(a_n, b_n) \rightarrow 0$. На Y , используя предложение 4, зафиксируем уплотняющую метрику σ . Ввиду совершенности отображения f последовательности $(f(a_n))_{n=1}^\infty$ и $(f(b_n))_{n=1}^\infty$ не имеют в пространстве Y предельных точек, откуда ввиду предложения 5

получаем $\sigma(f(a_n), f(b_n)) \rightarrow 0$. В силу предложения 1 отображение $(X, \rho) \xrightarrow{f} (Y, \sigma)$ равномерно непрерывно. Таким образом, совершенное отображение f удовлетворяет условию (TUC). $\square$

Замечание. Ответ на вопрос о выполнении условия (TUC) для произвольного совершенного отображения $X \xrightarrow{f} Y$ (X и Y метризуемы) автору не известен.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Энгелькинг Р. *Общая топология*. Пер. с англ. (Мир, М., 1986).
- [2] Beer G.A., Himmelberg C.J., Prikry K., van Vleck F.S. *The locally finite topology on 2^X* , Proc. Amer. Math. Soc. **101** (1), 168–172 (1987).
- [3] Costantini C., Vitolo P. *On the infimum of the Hausdorff metric topologies*, Proc. London Math. Soc. **s3-70**, 441–480 (1995).
- [4] Бедрицкий А.С., Тимохович В.Л. *О топологиях экспоненты метризуемого топологического пространства*, Тр. Ин-та матем. **31** (2), 15–27 (2023).
- [5] Бедрицкий А.С., Тимохович В.Л. *О функториальных свойствах некоторых топологий гиперпространства*, Изв. вузов. Матем. (2), 15–28 (2025).
- [6] Hausdorff F. *Erweiterung einer Homöomorphie*, Fundam. Math. **16** (1), 353–360 (1930).
- [7] Тимохович В.Л., Фролова Д.С. *О свойствах инфимальной топологии пространства отображений*, Изв. вузов. Матем. **4**, 87–99 (2016).

Александр Сергеевич Бедрицкий

Белорусский государственный университет,

просп. Независимости, д. 4, г. Минск, 220030, Республика Беларусь,

e-mail: bedrickiAS@bsu.by

A.S. Bedritskiy

On a topologically uniformly continuous map

Abstract. Let X and Y be metrizable spaces. A map $X \xrightarrow{f} Y$ is called topologically uniformly continuous, if for every admissible metric ρ on X there is an admissible metric σ on Y such that for the metric spaces (X, ρ) and (Y, σ) the map $(X, \rho) \xrightarrow{f} (Y, \sigma)$ is uniformly continuous. In this article such maps are investigated. As the main result, it is shown that, in a certain sense, topologically uniformly continuous maps are close to perfect maps.

Keywords: uniformly continuous map, perfect map, topologically uniformly continuous map, hyperspace, Hausdorff metric, infimum topology.

Alexander Sergeevich Bedritskiy

Belarusian State University,

4 Nezavisimosti Ave., Minsk, 220030 Belarus,

e-mail: bedrickiAS@bsu.by