

С. ХОДЖИЕВ

МЕТОД И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ИЗОБАРИЧЕСКИХ И НЕИЗОБАРИЧЕСКИХ ТРЕХМЕРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВ

Аннотация. В данной работе приводятся метод и алгоритм расчета, а также численные результаты исследования химически реагирующих турбулентных струй на основе трехмерных параболизированных систем уравнений Навье–Стокса для многокомпонентных газовых смесей. При решении с постоянным давлением для расчета дисбаланса массы используются уравнения неразрывности, а с переменными давлениями — три уравнения движения и неразрывности. Численно исследовано диффузионное горение смеси пропано-бутана, вытекающее из сопла квадратной формы в затопленном потоке окислителя воздуха. Переменность давления заметно влияет на профили скорости (температуры) в начальных участках струи, а при удалении от среза сопла влияние давления можно считать незаметным, но длина факела длиннее, чем при постоянном давлении, но на форму факела существенно не влияет. Численно получено седлообразное поведение продольной скорости в направлении большой оси при больших начальных значениях кинетической энергии турбулентности основной струи. Приведенный метод позволяет исследование нереагирующих и реагирующих турбулентных струй, вытекающих из прямоугольного сопла.

Ключевые слова: струя, трехмерность, уравнение Навье–Стокса, параболизированный, модель, турбулентность, смещение, выращивание, диффузионное горение, изобарический, неизобарический, факел, дисбаланс.

УДК: 532.516

DOI: 10.26907/0021-3446-2023-11-41-58

ВВЕДЕНИЕ

Такие течения, как теория горения, газодинамика лазеров, химическая технология в двигателях внутреннего сгорания, ракетных двигателях, ряд других процессов описываются сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, которые учитывают взаимодействие потока газа и химических процессов. В настоящее время невозможно представить себе развитие современной науки без широкого применения математического моделирования.

Незаменимым эффективным методом теоретического исследования течений химически реагирующих сред является численное моделирование. Этот способ в настоящее время интенсивно развивается усовершенствованием эффективных вычислительных алгоритмов и проведением многочисленных вычислительных экспериментов [1]–[4].

Наиболее распространенный метод построения моделей состоит в применении фундаментальных законов природы к конкретной ситуации, как сохранение энергии, сохранение материи и импульса [1], [2].

Особенно, трехмерные пограничные струйные течения сделали в последние годы предметом экспериментальных и расчетно-теоретических исследований [5]. Изучение методов расчета трехмерных турбулентных течений затруднено вследствие отсутствия сколь угодно удовлетворительной модели турбулентности для трехмерных течений. Поэтому прогресс в различных областях техники и науки требует разработки эффективных методов расчета трехмерного турбулентного пограничного слоя и струи с химическими реакциями [1], [2].

В прикладной газовой динамике струйных реагирующих течений значительный интерес представляют изучения распространения струй, вытекающих из канала прямоугольной формы. Во-первых, такие течения весьма широко применяются в технике, как камеры сгорания газовых турбин, создание топочных установок, распространение воздуха из вентиляционной трубы, выброс вредных веществ в атмосфере и т.п. Во-вторых, они представляют решение научно-теоретической задачи течения, движущегося в спутном потоке, не относящейся к классу задач теории пограничного слоя. В работах [6]–[11] и других экспериментальных работах рассмотрены свободные струи, вытекающие из сопла прямоугольной формы. Основные исследования посвящены нахождению траектории струи с помощью разных допущений, и данные по начальному распределению составляющей скорости и динамических характеристик потока на выходе из сопла, которые существенно влияют на распространение струи и на параметры факела при горении, не приводятся.

Для численного анализа процессов горения в спутных потоках необходимо значение зависимостей геометрических характеристик течения и физических параметров потоков на входе и геометрии канала.

Особый интерес представляет имеющая большое практическое применение, но малоизученная область параметров истечения реагирующих газовых смесей из сопла прямоугольной формы с конечным отношением длин сторон в спутный поток. Сложность решения такой задачи сопряжена с рядом трудностей: пространственностью, незавершенностью теории турбулентности и математической моделью, основанных на особенности уравнений гидроаэродинамики, как нелинейность, высокий порядок (особенно в отношении пространственных задач), а также недостаточностью эффективных вычислительных методов.

В заключительном анализе симпозиума, проведенного в западном Берлине в 1982 г. Международным союзом по теоретической и прикладной механике по современному состоянию проблемы исследований трехмерного пограничного слоя, приводятся выводы о трудностях экспериментальных и расчетных исследований трехмерных течений.

Важный вывод исследований состоит в том, что модели турбулентности, основанные на концепции изотропной турбулентной вязкости, нуждаются в существенном усовершенствовании при расчете трехмерного турбулентного течения.

Все принимавшие участие в обсуждении согласились, что универсальная модель турбулентности отсутствует, и в течение следующих десяти лет исследователям турбулентности придется отказаться от известных в настоящее время алгоритмов, поскольку к тому времени в их распоряжение поступят вычислительные машины нового поколения [5]. Назрела необходимость лучшего теоретического обоснования математической стороны этой проблемы и более широкого использования простых методов вычисления и современных мощных вычислительных средств [12].

1. ЦЕЛЬ И ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ

Целью данной работы являются выбор математической модели для описания трехмерных турбулентных струй реагирующих газовых смесей, истекающих из сопла прямоугольной формы с конечным отношением длин сторон 2а и 2b в спутный струй при диффузионном горении, и разработка эффективных численных методов исследования процесса.

Отметим, чтобы рассчитать турбулентные течения, необходимо принять гипотезу замыкания для кажущихся турбулентных напряжений и тепловых потоков [13]. Важно помнить, что модели турбулентности должны проверяться сравнением расчетов, выполненных на их основе, с экспериментальными данными.

Начальная стадия струйных течений, в том числе с горением, непосредственно связана с алгебраическими моделями турбулентности, которые построены на основе гипотезы Буссинеска о турбулентности. Одной из наиболее успешных моделей этого типа является модель Прандтля.

Для трехмерных сдвиговых слоев формула Прандтля обычно имеет вид [5], [13]

$$\mu_T = \rho l^2 \sqrt{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^2\right]},$$

где l — длина пути смешения.

Данная модель дает качественно правильные результаты для пристенных течений. Алгебраические модели хорошо зарекомендовали себя для сравнительно простых течений жидкости, но требуют модификации для расчета течений более сложного вида, как реагирующих струй с горением.

На сегодняшний день предложены многочисленные модели турбулентности как с одним обыкновенным дифференциальным уравнением, с одним уравнением в частной производной и одним обыкновенным дифференциальным уравнением, так и модели с двумя уравнениями в частных производных, а также более высокого порядка и т.д. Одной из наиболее часто употребляемых моделей с двумя уравнениями является $(k - \varepsilon)$ -модель.

В данной работе в качестве первого варианта для вычисления турбулентной вязкости используем модифицированную алгебраическую модель, учитывающую молекулярный перенос, трехмерность и температурную неоднородность струи, в виде [14]

$$\mu_T = \mu_l + \varkappa \rho l^2(y, z) \sqrt{\left(\frac{\partial u}{L \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{L \partial y}\right)^2} \left(\frac{T}{T_2}\right)^\alpha. \quad (1)$$

Здесь μ_l — динамический коэффициент ламинарной вязкости, $\varkappa$ — эмпирическая постоянная турбулентности, $l(y, z)$ — длина пути смещения, α — параметр, учитывающий температурную неоднородность, T_2 — температура на оси основной струи.

Во втором варианте используем уравнения кинетической и диссипации кинетической энергии турбулентности для вычисления турбулентной вязкости, имеющие следующий вид [15], [14]:

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{L \partial y} + \rho \omega \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_K} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_K} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + G - \rho \varepsilon, \quad (2)$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{L \partial y} + \rho \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + (C_1 G - C_2 \rho \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k}, \quad (3)$$

где $G = \mu_T \left[\left(\frac{\partial u}{L \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]$, а связь μ_T через k и ε задается соотношением

$$\mu_T = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}. \quad (4)$$

В (2)–(4) k и ε — соответственно кинетическая и диссипация кинетической энергии турбулентности, $C_\mu, C_1, C_2, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$ — константы для $(k - \varepsilon)$ -модели, в дальнейшем требующие уточнения для химически реагирующих газов при горении газовых смесей.

Выберем начало декартовой системы координат в центре начального сечения струи: ось x направлена вдоль струи, а оси y и z параллельны сторонам прямоугольного сопла с размером сторон $2a$ и $2b$ соответственно.

При численном моделировании течений в настоящее время используются так называемые упрощенные или параболизированные уравнения Навье–Стокса, оправданные лишь в тех случаях, когда в потоке имеется некоторое преобладающее направление движения, к которым относятся струйные течения. В основе параболизированных моделей течений газовых смесей лежит допущение о наличии в потоке пространственной анизотропии, выражающейся в существенном различии характерных линейных размеров и скоростей для различных пространственных направлений [2].

Для моделирования поставленной задачи используем параболизированные системы уравнений Навье–Стокса для многокомпонентных химически реагирующих газовых смесей [2], [16], [15]. Для удобства численного решения систему уравнений приведем к безразмерному виду, выбрав в качестве масштаба следующее: для длин берется ширина стороны сопла b , для скорости — u_2 (здесь и далее индекс 2 относится к исходным значениям горючей (основной)), для плотности — ρ_2 , для давления — $\rho_2 u_2^2$, для полной энтальпии и теплоты образования i -й компоненты — u_2^2 , для эффективной турбулентной вязкости — $b \rho_2 u_2^2$, для теплоемкости при постоянном давлении — (R/M_1) , для молекулярного веса — M_i (M_1 — молекулярный вес окислителя), а также преобразуем входное сечение сопла в квадратную область с помощью формулы $y = \bar{y}/L$ ($L = a/b$) (в дальнейшем тильду над безразмерным переменным опускаем), получим

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{L} \frac{\partial \rho \vartheta}{\partial y} + \frac{\partial \rho \omega}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial u}{L \partial y} + \rho \omega \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial \vartheta}{L \partial y} + \rho \omega \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = & -\frac{\partial P}{L \partial y} + \frac{4}{3L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) - \\ & - \frac{2}{3L} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial \omega}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial \omega}{L \partial y} + \rho \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} = & -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) - \frac{2}{3L} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial H}{L \partial y} + \rho \omega \frac{\partial H}{\partial z} = & \frac{1}{L^2 Pr_T} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{1}{Pr_T} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial H}{\partial z} \right) + \\ & + \left(1 - \frac{1}{Pr_T} \right) \left[\frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T u \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T u \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) + \frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \omega \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) \right] + \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{Pr_T} \right) \left[\frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) \right] - \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{3} \mu_T \vartheta \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \vartheta \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \omega \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) - \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{2}{3} \mu_T \omega \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) \right], \quad (9)$$

$$\rho u \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \rho \vartheta \frac{\partial \bar{C}}{L \partial y} + \rho \omega \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = \frac{1}{L^2 Sc_T} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) + \frac{1}{Sc_T} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right), \quad (10)$$

$$P = \rho T \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{M_i}, \quad (11)$$

$$H = C_p T + \frac{u^2 + \vartheta^2 + \omega^2}{2} + \sum_{i=1}^N C_i h_i^*. \quad (12)$$

Формулы (1)–(3) тоже приведены в безразмерном виде, выбрав масштабы для кинетической энергии турбулентности и ее диссипации $u_2^2, u_3^2/b$, для температуры — $u_2^2/(R/M_1)$. В уравнениях (1)–(12) все обозначения общепринятые, а ламинарная вязкость вычисляется как $\mu_l = \text{const} \cdot T^{0,64}$, где const вычисляется с учетом диаметра столкновения, характеристической температуры, параметра потенциальной функции межмолекулярного взаимодействия, а также интеграла соударений для переноса импульса [2], а l — длина пути перемешивания, определяется как $\sqrt{b^2(Ly) + b^2(z)}$.

Уравнение концентрации (10) написано в форме консервативной функции Шваба–Зельдовича относительно массовой концентрации i -х членов до одного для четырехкомпонентной смеси [4].

Консервативная функция $\bar{C}$ на срезе сопла горючего значения равна единице, а в зоне окислителя — нулю.

2. КРАЕВЫЕ И НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Для данной постановки систему уравнений (1), (5)–(12) или (2)–(12) можно решать с помощью следующих безразмерных краевых условий:

1) $x = 0$:

$$0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (13)$$

$$u = 1, \quad \vartheta = 0, \quad \omega = 0, \quad H = H_2, \quad P = P_2, \quad \bar{C} = 1, \quad k = k_2, \quad \varepsilon = \varepsilon_2;$$

$$1 < y < y_{+\infty}, \quad 1 < z < z_{+\infty},$$

$$u = u_1, \quad \vartheta = 0, \quad \omega = 0, \quad H = H_1, \quad P = P_1, \quad \bar{C} = 0, \quad k = k_1, \quad \varepsilon = \varepsilon_1;$$

2) $x > 0$:

$$z = 0, \quad 0 < y < y_{+\infty}; \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (f = u, \vartheta, H, \bar{C}, k, \varepsilon);$$

$$y = 0, \quad 0 < z < z_{+\infty}; \quad \vartheta = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (f = u, \omega, H, \bar{C}, k, \varepsilon); \quad (14)$$

$$z = 0, \quad y = 0, \quad \omega = 0, \quad \vartheta = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (f = u, H, \bar{C}, k, \varepsilon);$$

$$z \rightarrow z_{+\infty}, \quad y \rightarrow y_{+\infty}; \quad u = u_1, \quad \vartheta = 0, \quad \omega = 0, \quad H = H_1, \quad P = P_1, \quad \bar{C} = 0, \quad k = k_1, \quad \varepsilon = \varepsilon_1.$$

Здесь нижними индексами 1, 2 и ∞ отмечены соответственно безразмерные величины окислителя и горючей струи, а также их значения на бесконечности.

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Система параболизированных уравнений Навье–Стокса (5)–(9) получена путем простого отбрасывания из стационарных уравнений Навье–Стокса всех членов, содержащих частные производные в продольном направлении.

Методы и алгоритмы решений трехмерных параболизированных уравнений, о которых известно из литературы, были получены согласно методу с сегрегированием, предложенному в [15], [17] и реализованному в процедуре SIMPLE.

В работе [17] подробно обобщаются параболические процедуры для трехмерных внутренних течений.

Основная особенность трехмерной параболической модели заключается в разделении членов с градиентами давления по продольному и поперечным направлениям. В случае внутренних течений градиент давления в направлении основного течения определяется из условия постоянства расхода массы в каждой плоскости сечения.

Основные элементы этой процедуры можно использовать при расчете трехмерных свободных струйных течений, градиентом давления в продольном направлении можно пренебречь, или он известен заранее. Такая ситуация возникает при истечении дозвуковой свободной струи через прямоугольное сопло с конечным отношением длин сторон в спутный или затопленный поток. Как известно, форма такой струи в поперечном сечении постепенно меняется в продольном направлении и, наконец, становится круглой [7], [10]. В подобных течениях оправданным является предположение о пренебрежении продольным градиентом давления и малыми изменениями его в поперечной плоскости, что иногда дает возможность проведения расчета без учета давления, т. е. заданным давлением.

Далее приведем метод и алгоритм расчета поставленной задачи с заданным и переменным давлением по пространственным координатам.

Для численного решения системы уравнений (1), (5)–(12) и (2)–(12) с начальными и граничными условиями (13), (14) используем пространственную двухслойную десятичную неявную конечно-разностную схему. Рассматриваемая область покрывается сеткой $x = k_x i \Delta x$, $y = j \Delta y$, $z = k \Delta z$. Индексами i, j, k будем обозначать номера узлов по координатным осям x, y, z ; N_x, N_y, N_z — количество точек по оси Ox, Oy, Oz соответственно; k_x — коэффициент сгущения расчетной точки по оси Ox . Отдельные члены дифференциалов аппроксимировались с порядком точности $O(\Delta x, \Delta y^2, \Delta z^2)$. Решение разностных уравнений ищется при переходе от плоскости, соответствующей $(i - 1)$ -му шагу, в плоскость, соответствующую i -му шагу по маршевой координате.

Тип уравнения (2)–(10) полностью параболический и можно получить решение, используя маршевую процедуру соответственно направлением оси x, y, z для определения $u, \vartheta, \omega, H, k, \varepsilon, \bar{C}$.

Решение на i -й плоскости следует находить, начиная со значения $k = 1$ (обычно этому значению k соответствует плоскость симметрии), определяющего решение при всех j . В результате при заданных i и k найдем решение на линии, нормальной к поверхности симметрии, при $y = 0$. После этого индекс k увеличивается на единицу и решения получаются в другом столбце по k . В общем в используемых разностных соотношениях известными являются значения искомых величин на слоях $(i - 1)$, $(k - 1)$, если при использовании параболизированной системы уравнений значения некоторых параметров потока на сечении $(k + 1)$ известны. Для струйных течений в качестве значений на сечении $(k + 1)$ можно взять данные окислителя (затопленного или спутного потока).

4. МЕТОД И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА С ЗАДАНЫМ ДАВЛЕНИЕМ

1) На каждой расчетной плоскости YOZ по направленную оси Ox задаем принятое распределение давления, первоначально задаются значения неизвестных из предыдущей плоскости в качестве первых приближений неизвестных (S)-итераций (индекс $i = 1$ соответствует входным условиям (12)): решается разностное уравнение движения по оси x и находится $(u_p)_{ijk}$ (на каждой новой расчетной плоскости по оси x решение системы уравнений начинается с $k = 2$, а $k = 1$ соответствует плоскости симметрии); решается разностное уравнение движения по оси y и находится $(v_p)_{ijk}$ с использованием значения $(u_p)_{ijk}$; решается разностное уравнение движения по оси z и находится $(w_p)_{ijk}$ с использованием значений $(u_p)_{ijk}$ и $(v_p)_{ijk}$ (при решении используется неявная схема переменного направления).

2) Полученные предварительные решения u_p, v_p, w_p не удовлетворяют уравнению неразрывности [1], [15], [17], записанному в разностном виде. Поэтому, якобы лишнее уравнение неразрывности (5) используется для расчета дисбаланса массы в каждой расчетной точке сетки (i, j, k) . Полученные решения u, v, w в итерации $(S + 1)$ выражаются как расчетные (u_p, v_p, w_p) и плюс поправочные (u_c, v_c, w_c) :

$$u = u_p + u_c, \quad v = v_p + v_c, \quad w = w_p + w_c. \quad (15)$$

Возникает вопрос, как в каждой расчетной точке (i, j, k) определить u_c, v_c, w_c ? Поправленные скорости (15) должны удовлетворять уравнению неразрывности (5):

$$\frac{\partial \rho(u_p + u_c)}{\partial x} + \frac{1}{L} \frac{\partial \rho(v_p + v_c)}{\partial y} + \frac{\partial \rho(w_p + w_c)}{\partial z} = 0. \quad (16)$$

Потенциал Φ можем определить так:

$$\rho u_c = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad \rho v_c = \frac{\partial \Phi}{L \partial y}, \quad \rho w_c = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad (17)$$

подставляя в (16), получим уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = Q_p, \quad (18)$$

$$Q_p = - \left(\frac{\partial \rho u_p}{\partial x} + \frac{1}{L} \frac{\partial \rho v_p}{\partial y} + \frac{\partial \rho w_p}{\partial z} \right),$$

где Q — источниковый член. Необходимые поправки к скорости (15) могут быть численно вычислены по распределению Φ , полученному из решения разностного уравнения (18) в поперечной плоскости. Разностное алгебраическое уравнение можно записать для потенциала Φ в каждой точке сетки поперек потока в плоскости по i . Таким образом, имеем трехдиагональную систему уравнений при условии, что известны значения

$$\Phi_{i,j,k-1}, \quad \Phi_{i,j,k+1}, \quad \Phi_{i+1,j,k}, \quad \Phi_{i-1,j,k}.$$

Разностное уравнение Пуассона (18) решается при следующих основанных допущениях.

а) $\Phi_{i,j,k-1} = 0$, $\Phi_{i-1,j,k} = 0$, где поправки к скорости равны нулю и в плоскости $(i - 1)$, и в сечении $(k - 1)$, здесь сохранение массы уже обеспечено.

б) $\Phi_{i,j,k+1} = 0$, $\Phi_{i+1,j,k} = 0$, где поправки к скорости будут равны нулю и в плоскости $(i + 1)$, и в сечении $(k + 1)$, когда достигается их сходимость в этой плоскости и в сечении $(k + 1)$ соответственно. Эти допущения позволяют привести систему алгебраических уравнений к решению трехдиагональной системы относительно Φ :

$$\Phi_{i,j-1,k} - 2 \left(\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 + 1 - \left(\frac{\Delta y}{\Delta z} \right)^2 \right) \Phi_{i,j,k} + \Phi_{i,j+1,k} = \Delta y^2 Q_{pi,j,k}. \quad (19)$$

Граничные условия, необходимые для решения системы (19) выбираются так, чтобы они были совместимыми с заданными граничными условиями для скорости (14). Из последней строчки граничного условия (14) известно, что если скорости внешнего потока заранее известны, то функция Φ на этой границе будет равна нулю:

$$\Phi_{i,Ny+1,k} = 0. \quad (20)$$

На плоскости симметрии при $y = 0$, $0 < z < z_{(+\infty)}$, чтобы выполнялись две последние строки условия (13), необходимо выполнение условия

$$\Phi_{i,1,k} = \Phi_{i,2,k}. \quad (21)$$

После этого, в силу (21) и (20) с помощью скалярной прогонки [13] по всему j ($j = \overline{1, Ny}$) находим $\Phi_{i,j,k}$. Найденными $\Phi_{i,j,k}$ определяем поправки к скорости при помощи разностных аппроксимаций выражения (17) в виде

$$\begin{aligned} (u_c)_{ijk} &= \Phi_{ijk} / \left(\Delta x \rho_{ijk}^{(s)} \right), \\ (\omega_c)_{ijk} &= \Phi_{ijk} / \left(\Delta z \rho_{ijk}^{(s)} \right), \\ (\vartheta_c)_{ijk} &= (\Phi_{i,j+1,k} - \Phi_{i,j-1,k}) / \left(2L \Delta y \rho_{ijk}^{(s)} \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Теперь скорректированные скорости удовлетворяют уравнению неразрывности в каждой точке сечения (k) плоскости (i), но не удовлетворяют точно уравнению движения и другим уравнениям системы.

3) Далее согласно уравнению энергии (9) можно найти $H_{ijk}^{(s+1)}$, из соотношения (12) найдем $T_{ijk}^{(s+1)}$, из уравнения состояния определим $\rho_{ijk}^{(s+1)}$, а из уравнения концентрации функций найдем $\tilde{C}$. Если рассматривается вариант алгебраической модели, то из (1) вычисляется вязкость $\mu_{ijk}^{(s+1)}$. Иначе говоря, новыми решениями $u, \vartheta, \omega, \rho$ из конечно-разностного решения уравнений (2), (3) вычисляются $k_{ijk}^{(s+1)}$ и $\varepsilon_{ijk}^{(s+1)}$, а из соотношения (4) — турбулентная вязкость μ_T . При вычислении эффективной вязкости по формуле (1) значения $b(Ly)$ и $b(z)$ определяются как $b(Ly) = LNy\Delta y$, $b(z) = Nz\Delta z$. Также вычисляются значения отдельных компонентов концентрации C_i .

4) Так как не удастся удовлетворить одновременно уравнению движения и неразрывности и другим уравнениям системы, шаги (1)–(3) обычно повторяют с итерированием в каждом поперечном сечении, прежде чем перейти к следующему.

Проверяется сходимость итерации для нахождения решения системы уравнений для фиксированной плоскости (i) сечения (k) при $j = \overline{1, Ny}$ по условию

$$\left| F_{i,j,k}^{(s+1)} - F_{i,j,k}^{(s)} \right| \leq \varepsilon_1 \quad (F = u, \vartheta, \omega, H), \quad (23)$$

где ε_1 — малое число, характеризующее точность вычисления.

Если условие (23) не выполняется, то осуществляется осреднение решения:

$$F_{i,j,k}^{(s)} = \left(F_{i,j,k}^{(s)} + F_{i,j,k}^{(s+1)} \right) / 2 \quad (F = u, \vartheta, \omega, H, \rho, k, \varepsilon),$$

и эти решения воспринимаются как значения предыдущей s -й итерации и процесс вычисления повторяется с первого шага. Иначе, проверяется выполнение условия

$$\max_k \left| F_{i,j,k}^{(s+1)} - F_{\text{вн.}} \right| > \varepsilon_2, \quad (24)$$

где ε_2 — малое число, F может быть значением искомых переменных u, H . Если это условие выполняется, то количество расчетной точки по оси y увеличивается на одну расчетную точку по рекуррентному соотношению $Ny = Ny + 1$, которое характеризует выраживание расчетной области, т. е. распространение границы струи по оси y , и опять вычисления продолжаются с первого шага. Если условия (24) не выполняются, то считается, что решение системы уравнений на плоскости (i) в сечении (k) найдено.

Проверяется условие выраживания расчетной области по оси OZ

$$\max_j \left| F_{i,j,k}^{(s+1)} - F_{\text{вн.}} \right| > \varepsilon_3, \quad (25)$$

где ε_3 — малое положительное число.

Если это условие выполняется, то количество расчетных точек по оси Z увеличивается на одну расчетную точку по рекуррентному соотношению $NZ = NZ + 1$ (значение k увеличивается на единицу), затем переходим к сечению $(k + 1)$ и опять вычисления продолжаются с первого шага. Если условие (25) не выполняется, значит, решение на плоскости (i) найдено и необходимо перейти к следующей плоскости по продольной координате X . Прежде чем перейти к следующей расчетной плоскости по оси OX проверяется смыкание формы факела на оси симметрии для задачи горения, а для расчета свободной воздушной струи пока продольная скорость не стремится к скорости спутного потока. Если эти условия не выполняются, процесс итерирования продолжается с первого шага.

5. МЕТОД И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА С ПЕРЕМЕННЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Система уравнений (5)–(10) частично параболизована, поэтому их эллиптические эффекты проявляются через поле давления.

Последнее требует, чтобы решение, которое получают, последовательно переходя от одного сечения к другому в продольном направлении, уточнялось итерированием. Необходимость проведения расчетов с учетом давления для трехмерных турбулентных струй реагирующих газов заключается в том, что в области соприкосновения струй сопровождаются резкими изменениями температуры (горения), а это, как известно, существенно изменяет значение давления.

Но, с другой стороны, численные решения частично параболизированных уравнений требуют разработки новых эффективных методов, чему и посвящена часть работы.

В уравнениях (6)–(8) члены, связанные с давлением, аппроксимируются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{P_{i,j,k}^{(s+1)} - P_{i-1,j,k}^{(s+1)}}{\Delta x} + O(\Delta x), \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{P_{i,j+1,k}^{(s+1)} - P_{i,j-1,k}^{(s+1)}}{2\Delta y} + O(\Delta y^2), \\ \frac{\partial P}{\partial z} &= \frac{P_{i,j,k+1}^{(s+1)} - P_{i,j,k-1}^{(s+1)}}{2\Delta z} + O(\Delta z^2). \end{aligned} \quad (26)$$

Далее излагаем модификации метода SIMPLE — полунявного метода для связанных через давление уравнений [17], [18] для решения дозвуковых трехмерных параболизированных уравнений Навье–Стокса.

Предлагаемый метод имеет в своей основе циклическую последовательность операций “предположение–коррекция” для решений уравнений.

Стоит вопрос, как можно воспользоваться уравнениями движения и неразрывности, чтобы найти правильное распределение давления.

5.1. Метод и алгоритм.

1) Первый шаг аналогичен методу раздела 4.

2) Истинные решения u, ϑ, ω и P будем выражать соответственно, как найденные расчетные (или промежуточные) $P_p, u_p, \vartheta_p, \omega_p$ плюс поправочные $P_c, u_c, \vartheta_c, \omega_c$ в виде

$$P = P_p + \alpha_1 P_c, \quad (27)$$

$$u = u_p + u_c, \quad \vartheta = \vartheta_p + \vartheta_c, \quad \omega = \omega_p + \omega_c, \quad (28)$$

где α_1 — параметр релаксации.

Предполагается, что поправки к скорости определяются поправками к давлению в соответствии с очень приближенными тремя уравнениями движения, в которых продольные конвективные члены уравновешаны только членами с давлением:

$$\rho u \frac{\partial u_c}{\partial x} = -\frac{\partial P_c}{\partial x}, \quad (29)$$

$$\rho u \frac{\partial \vartheta_c}{\partial x} = -\frac{1}{L} \frac{\partial P_c}{\partial y}, \quad (30)$$

$$\rho u \frac{\partial \omega_c}{\partial x} = -\frac{\partial P_c}{\partial z}. \quad (31)$$

Здесь P_c можно считать некоторой потенциальной функцией (подобно Φ), которая используется для образования поправок скорости, удовлетворяющей уравнению неразрывности.

Применив к левой части уравнений (29)–(31) разностные аналоги дифференциалов, получим

$$\begin{aligned} (\rho u)_{ijk}^{(s)} \frac{(u_c)_{ijk} - (u_c)_{i-1,j,k}}{\Delta x} &= -\frac{\partial P_c}{\partial x}, \\ (\rho u)_{ijk}^{(s)} \frac{(\vartheta_c)_{ijk} - (\vartheta_c)_{i-1,j,k}}{\Delta x} &= -\frac{\partial P_c}{L \partial y}, \\ (\rho u)_{ijk}^{(s)} \frac{(\omega_c)_{ijk} - (\omega_c)_{i-1,j,k}}{\Delta x} &= -\frac{\partial P_c}{\partial z}, \end{aligned}$$

и в предположении, что в плоскости $(i-1)$ по продольной координате поправки к скорости равны нулю (сохранение массы уже обеспечено), легко можно получить следующее:

$$u_c = -\frac{\Delta x}{\rho u} \frac{\partial P_c}{\partial x}, \quad \vartheta_c = -\frac{\Delta x}{L \rho u} \frac{\partial P_c}{\partial y}, \quad \omega_c = -\frac{\Delta x}{\rho u} \frac{\partial P_c}{\partial z}. \quad (32)$$

Поправленные скорости (28) должны удовлетворять уравнению неразрывности (5), учитывая (32) и предполагая, что u_p — локально постоянная в каждой расчетной точке сетки, получим уравнение Пуассона относительно P_c :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_c}{\partial x^2} + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 P_c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P_c}{\partial z^2} &= Q_p, \\ Q_p &= \frac{u_p}{\Delta x} \left(\frac{\partial \rho u_p}{\partial x} + \frac{1}{L} \frac{\partial \rho \vartheta_p}{\partial y} + \frac{\partial \rho \omega_p}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (33)$$

здесь Q_p — источниковый член. Для численного решения уравнения (33) переходим к разностным уравнениям, алгебраическое уравнение можно выписать для потенциала P_c в каждой точке сетки поперек потока, решить эти уравнения можно легко, если ввести обоснованное предположение, как при допущениях а) и б) раздела 4.

Эти допущения позволяют привести систему алгебраических уравнений

$$\frac{1}{L^2} (P_c)_{i,j-1,k} + 2 \left[-\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)^2 - \frac{1}{L^2} - \left(\frac{\Delta y}{\Delta z} \right)^2 \right] (P_c)_{i,j,k} + \frac{1}{L^2} (P_c)_{i,j+1,k} = (Q_p)_{i,j,k} \quad (34)$$

к решению трехдиагональной системы относительно P_c .

Граничные условия, необходимые для решения системы уравнений (34), выбираются так, чтобы они были совместимы с заданными граничными условиями для скорости и давления.

Как видно из последней строки (14), значения скорости u, v, ω и давления задаются или они заранее известны (из внешнего спутного потока), в этом случае u_c, v_c, ω_c и P_c будут равны нулю на этой границе:

$$(P_c)_{i,Ny+1,k} = 0. \quad (35)$$

На плоскости симметрии, т. е. при $y = 0$, $0 < z < z_{+\infty}$, чтобы выполнялась вторая строка условия (14), необходимо выполнение условия

$$(P_c)_{i,1,k} = (P_c)_{i,2,k}. \quad (36)$$

Теперь, согласно (35) и (36), с помощью скалярной прогонки по всем j ($j = \overline{1, Ny}$) находим $(P_c)_{i,j,k}$. После того, как $(P_c)_{i,j,k}$ найдено, определим поправки к скорости и давлению с помощью разностных аппроксимаций выражений (32) с учетом допущений а) и б) раздела 4 (P_c как Φ), имеем

$$\begin{aligned} (u_c)_{i,j,k} &= -\frac{(P_c)_{i,j,k}}{(\rho u_p)_{i,j,k}}, \quad (v_c)_{i,j,k} = -\frac{(P_c)_{i,j+1,k} - (P_c)_{i,j-1,k}}{2L(\rho u_p)_{i,j,k}} \frac{\Delta x}{\Delta y}, \\ (\omega_c)_{i,j,k} &= -\frac{(P_c)_{i,j,k}}{(\rho u_p)_{i,j,k}} \frac{\Delta x}{\Delta z}. \end{aligned} \quad (37)$$

Используя (37) и значения $(P_c)_{i,j,k}$, с помощью выражений (27) и (28) вычисляются скорректированные давление и скорости. Эти скорректированные скорости удовлетворяют уравнению неразрывности в каждой точке сечения (k) в плоскости (i), но не удовлетворяют точно уравнению движения и другим уравнениям системы (5)–(10), (2)–(3), пока не будет достигнута сходимость.

Остальные шаги расчета аналогичны шагам 3), 4), приведенным в разделе 4.

5.2. Методические расчеты. Описанный метод и алгоритм решения были реализованы в виде программ для современных персональных вычислительных машин. С помощью этой программы могут проводиться расчеты как для ламинарных, так для турбулентных трехмерных струйных, а также внутренних течений.

Для проверки достоверности численных результатов по разработанной методике, исследовано истечение воздушной струи, истекающей из сопла прямоугольной формы, соотношением сторон (1;1), (1;2), (1;3) и (1;4), заимствованной из работы [6].

Сначала проверялась сходимость по пространственным шагам в следующих вариантах:

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.05, \quad \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.01.$$

Серийные численные расчеты показали, что лучше произвести расчеты со вторым вариантом, результаты которого от третьего отличаются на 2–3%, и при этом экономится расчетное время ЭВМ. Оказывается, гораздо больше экономится расчетное время ЭВМ, если произвести расчеты с переменным шагом (с подбором k_x). Здесь и далее во всех расчетах Δx менялась от 0.01 до 0.25, и при этом в начальном участии шаг не превышал значения 0.05.

Вторым методическим исследованием было выращивание (распространение) границы расчетной области двумя подходами:

- 1) по условиям (24) и (25) (малые числа $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 5 \cdot 10^{-4}$);
- 2) проведение расчета для достаточно большого количества расчетных точек по продольному сечению, т. е. $Nz \times Ny = 300 \times 300$.

Проведенные в двух вариантах численные эксперименты показали, что расширение струи всего лишь на три–четыре точки больше по сравнению с первым подходом, но при этом первый гораздо более приемлем из-за экономии вычислительного машинного времени.

Необходимо подчеркнуть полезность для решения пространственных задач аэрогидродинамики тепло- и массообмена последовательности использования промежуточных (итерационных) решений. В этих целях проводились численные эксперименты:

- с заданными первыми приближениями $F_{i,j,k}^{(s)} (F = u, v, \omega, \rho, H)$ находилась $F_{i,j,k}^{(s+1)}$;
- подход, приведенный в методе раздела 4, т.е. на каждую глобальную итерацию каждое новое значение неизвестного используется для нахождения следующего, показал свои преимущества перед первым в том, что иногда до пятой–шестой итерации он оказывался экономичным.

Проведены сравнения расчетных данных с экспериментальными результатами работы [6] по распределению плотности потока импульса в разных поперечных сечениях струи для сопла с соотношением сторон сопла (1;1), (1;2), (1;3), (1;4), хорошо согласующихся.

Малое отличие результатов можно объяснить тем, что в процессе экспериментов предполагалось, что в начальном сечении поперечные составляющие скорости не равны нулю, а в нашем случае расчеты проводились с нулевыми поперечными скоростями.

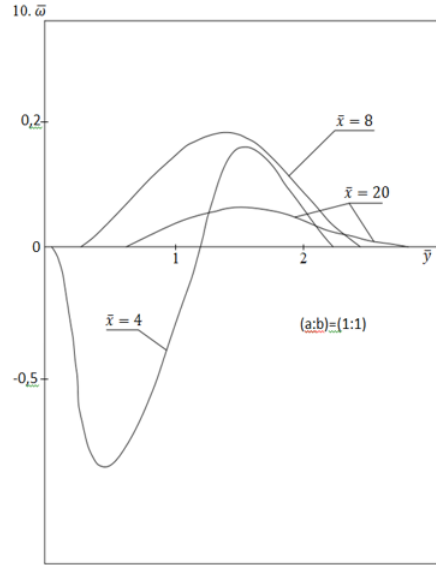


Рис. 1. Распределение поперечной скорости ω в разных поперечных сечениях струи по оси y ($z = 0$).

Для сопла с соотношением сторон (1;1) с самого начала расширение области струи в направлении оси Z уменьшается, в то время как в направлении оси Y растет [10], [17]–[20], т.е. в начале струя переходит в форму эллипса, а далее с удалением вниз потока форма струи принимает круглую форму, что подтверждается экспериментальными данными авторов [10], [17]–[20]. Приведенные на рис. 1. профили скорости ω по оси y ($z = 0$) показывают, что в начальных участках струи на границе зоны смещения значения ω, v становятся соизмеримыми по модулю со значением продольной скорости, а при удалении от среза сопла максимальное значение скорости ω, v стремится к нулю, т.е. далее струя ведет себя как прямоточная и ее можно рассматривать как осесимметричную задачу. Вышеизложенные исследования приведены для сопла с размером 20мм × 20мм (см. [6]) при $P_1 = P_2 = 1 \text{ атм.}$, $u_2 = 38 \text{ м/с}$, $u_1 = 0$, $T_1 = T_2 = 300 \text{ К}$ на основе алгебраической модели турбулентности (1) при $\alpha = 0.5$, $\varkappa = 0.01$, $\mu_l \neq 0$.

Подобные исследования проведены на основе двухпараметрической модели турбулентности (2)–(4).

В расчетах безразмерные исходные значения кинетической энергии турбулентности струи варьируются от 0.001 до 0.1 части продольной скорости, а диссипация энергии турбулентности $\varepsilon = 0.005$. Во избежание деления на нуль исходные значения покоящегося воздуха k и ε остаются постоянными и равными 0.005 и 0.00001 соответственно.

На рис. 2 а), б) приведены профили продольной скорости в разных поперечных сечениях струи и сравнение расчетных данных, полученных на основе алгебраической модели и $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности в разных исходных значениях k .

Из полученных результатов видно, что при малых значениях k ядро струи заметно сохраняется.

В начальных участках струи результаты расчетов моделей хорошо согласуются с экспериментальными данными (так как результаты, полученные на основе алгебраической модели хорошо согласовались с экспериментальными данными работы [6]), далее, с удалением от среза канала результаты, полученные на основе $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности, занижены.

Удовлетворительно совпадающие результаты получены после многочисленных пробных расчетов подобранными эмпирическими константами (модели (2)–(4)), значения которых стали равными: $C_\mu = 0.08$, $C_1 = 1.3$, $C_2 = 1.5$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

Полученные результаты, как и модели первых моментов, свидетельствуют о том, что ширина струи в направлении большой оси отверстия в начале уменьшается, в то время как в направлении малой оси она растет. На некотором расстоянии вниз по потоку их значения становятся равными, после чего обе ширины по оси y и z возрастают практически одинаково, т. е. переходят в круглую ($\bar{x} = 5$). По-видимому, скорее всего начальное уменьшение ширины струи связано с наличием боковых скоростей.

Седлообразное поведение профилей продольной скорости в направлении большой оси (рис. 2 б)) наблюдалось в экспериментах П.М. Сфорца [20], но не было получено численно с использованием $(k - \varepsilon)$ -модели в работе [19], где исследовалась трехмерная турбулентная свободная струя, истекающая из сопла прямоугольной формы.

Численный результат, который не удается получить в расчете авторами работ [19], даже при модификации начальных условий, может объясняться тем, что дополнительные течения, вызванные турбулентностью, могут способствовать переносу жидкости, обладающей высоким количеством движения, от центральной части струи к краям, таким образом, приводить к образованию седлообразной профили скорости.

5.3. Применение предложенных методов для численного исследования трехмерных турбулентных реагирующих струй к расчету трехмерного турбулентного факела в затопленном потоке воздуха. Далее приводятся некоторые результаты численного исследования трехмерного турбулентного диффузионного горения пропано-бутановой смеси, истекающей из сопла квадратной формы и распространяющейся в покоящуюся среду воздуха (окислителя). При этом предполагается, что скорости, температуры, концентрации струй и среды задавались однородными и ступенчатыми на срезе сопла, а давления струи и среды одинаковы между собой и равны атмосферному давлению, т. е. $P_1 = P_2 = P_{атм.}$.

Для расчетного варианта исходные значения параметров использовались из работ [21].

1) Параметры зоны окислителя следующие:

$$T_1 = 300, \quad u_1 = 0, \quad (C_1)_1 = 0.232, \quad (C_2)_1 = 0, \quad (C_3)_1 = 0, \quad (C_4)_1 = 0.768$$

(если используется $(k - \varepsilon)$ -модель, то $k_1 = \beta_1$, $\varepsilon_1 = \gamma_1$).

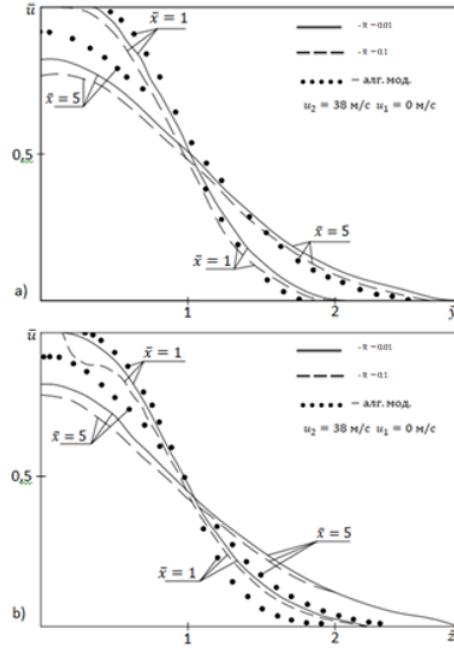


Рис. 2. Сравнение результатов расчетов в рамках алгебраической и (R- ε)-модели турбулентности профили продольной скорости а) по оси y ; б) по оси z .

2) Параметры смеси горючего имеют вид

$$T_2 = 1200, \quad u_1 = 61 \text{ м/с}, \quad (C_1)_2 = 0, \quad (C_2)_2 = 0.12, \quad (C_3)_2 = 0, \quad (C_4)_2 = 0.88$$

(если используется $(k-\varepsilon)$ -модель, то $k_2 = \beta_2 u_2^2$, $\varepsilon_2 = \gamma_2 K_2^{3/2}$), где $\gamma_1, \gamma_2, \beta_1$ и β_2 — некоторые безразмерные константы, а $Pr_T = Sc_T = 0.7$.

Можно отметить, что при формулировке краевых условий относительно кинетической энергии турбулентности использованы экспериментальные материалы существующих источников [22], [23], а относительно диссипации кинетической энергии турбулентности граничные значения брались интуитивно в ходе проведения численного эксперимента, т. е. варьированием значения констант $\gamma_1, \gamma_2, \beta_1$ и β_2 .

Таким образом, в расчетах β_2 варьировалось так, что безразмерное начальное значение кинетической энергии турбулентности не превышало 10% от безразмерной исходной скорости струи горючего.

Далее приводим некоторые численные результаты и их сравнения, полученные на основе алгебраической модели ($\varkappa = 0.01$, $\alpha = 0.5$) при постоянном и переменном давлении, а также на основе $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности ($\bar{k} = 0.01$, $\bar{k} = 0.05$, $C_\mu = 0.08$, $C_1 = 1.3$, $C_2 = 1.5$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$) при постоянном давлении.

Численные результаты показали, что при удачном подборе $\varkappa$ ($\varkappa = 0.01$) и начальной турбулентной энергии k_2 ($\bar{k}_2 = 0.01$) при изобарическом процессе можно получить хорошее согласование результатов в начальных сечениях плоскостей XOY и XOZ .

Распределение осевого значения продольной скорости, вычисленной на основе $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности и на основе алгебраической модели турбулентности на оси симметрии течения, мало отличается.

Можно отметить, когда требуется получить только параметры осредненного течения, что нет необходимости привлекать многопараметрические модели турбулентности, а вполне достаточно использовать простые выражения для обмена коэффициента турбулентной вязкости (1).

Использование алгебраической модели турбулентности удобно для практических целей инженерного анализа, а использование моделей турбулентности высшего порядка в ряде случаев позволяет приблизиться к пониманию тех физических явлений, которые определяют детальную структуру физико-химических процессов в трехмерных турбулентных реагирующих струях.

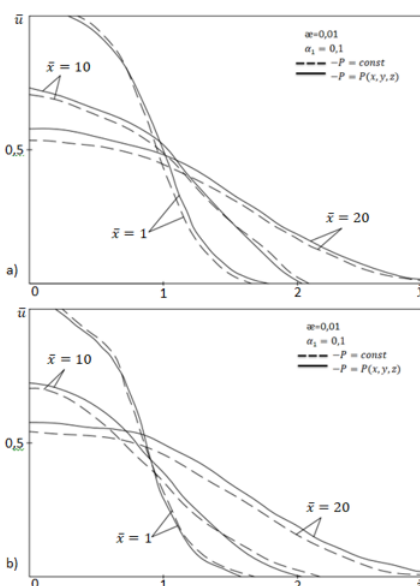


Рис. 3. Влияние коэффициента релаксации α_1 на поперечное распределение продольной скорости а) по оси y ; б) по оси z .

На рис. 3 а), б) приведены распределение продольной скорости на разных сечениях по продольной координате при постоянном (--- линия) и переменном (— линия, $\alpha_1 = 0.1$) давлениях.

Из графиков видно, что переменность давления заметно влияет на профили скоростей (и температур) в начальных участках струи, а при удалении от среза сопла влияние давления можно считать незначительным, так рассматриваемые струи реагирующих газов, распространяющихся в свободном пространстве, и давления быстро стремятся к постоянному значению. Необходимо отметить, что наблюдается деформация профилей продольной скорости в начальных сечениях струи по оси y и z в обоих вариантах, т.е. при расчете с учетом и без учета давления. На рис. 4 приведено распределение температуры на разных сечениях изобарических ($P = \text{const}$) и неизобарических ($P = P(x, y, z)$, $\alpha_1 = 0.1$) струй. Анализируя эти графики, можно сделать заключение, что учет градиента давления существенно не влияет на максимальное значение температуры факела.

На рис. 5 для сравнения приведены конфигурации диффузионного факела.

Из формы факелов видно, что уменьшение κ и k_2 при постоянном давлении и при переменном давлении $\alpha_1 = 0.1$ приводит к существенному увеличению длины факела. Численные результаты показали, что с учетом переменности и постоянства давления длина факела

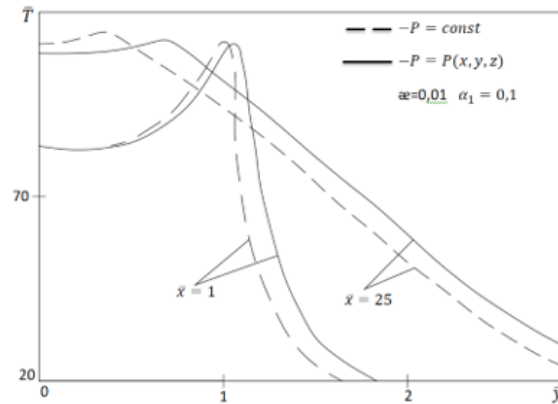


Рис. 4. Сравнение распределения температуры изобарических и неизобарических струй.

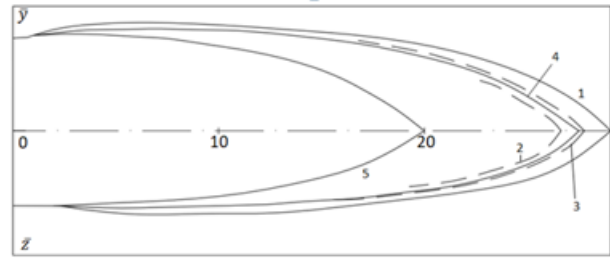


Рис. 5. Влияние градиента давления на форму факела:

1 — $P = P(x, y, z)$, $\alpha_1 = 0.1$;

2 и 3 — $(k - \varepsilon)$ -модель турбулентности при $k_2 = 0.05$ и $k_1 = 0.01$;

4 и 5 — алгебраическая модель при $\varkappa = 0.01$ и $\varkappa = 0.1$.

в первом варианте выше, но переменность давления существенным образом на конфигурацию факела не влияет.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Оран Э., Борис Дж. *Численное моделирование реагирующих потоков: Пер. с англ., под ред. В.Л. Зимонта, П.И. Чушкина* (Мир, М., 1990).
- [2] Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. *Внутренние течения газовых смесей* (Наука, М., 1989).
- [3] Кузнецов В.Р., Сабельников В.А. *Турбулентность и горение* (Наука, М., 1986).
- [4] Хужаев И.К., Хамдамов М.М. *Численные алгоритмы расчета турбулентных струйных течений реагирующих газов* (Дурдона, Бухара, 2022).
- [5] Фернхольца Х., Краузе Е. *Трехмерные турбулентные пограничные слои: Пер. с англ.* (Мир, М., 1985).
- [6] Палатник И.Б., Темирабаев Д.Ж. *О распространении свободных турбулентных струй, вытекающих из насадки прямоугольной формы*, Пробл. теплоэнерг. и прикл. теплофиз. Изд-во КазССР **1**, 18–22 (1964).
- [7] Исатаев С.И., Толеуов Г., Исатаев М.С. *Исследование средних характеристик трехмерных турбулентных струй*, Вестн. КазНУ. Сер. физ. **2** (41), 54–60 (2012).
- [8] Ларюшкин М.А. *Некоторые закономерности влияния начального уровня турбулентности на развитие прямоугольной струи*, Тр. Московск. энергетическ. ин-та (524), 26–36 (1981).
- [9] Nikjooy M., Karki K.C., Mongia H.C. *Calculation of turbulent three-dimensional jet-induced flow in rectangular enclosure*, AIAA pap-19990, n 0684-pb-10 **1** (44) (1991).

- [10] Кузов К. *Аэродинамика струй, истекающих из прямоугольных сопел*, Пром. теплотехн. **12** (4), 38–44 (1990).
- [11] Sforza P.M., Trentacoste N. *Further experimental results for three-dimensional free jets*, AIAA J. **5** (5), 885–890 (1967).
- [12] Головачев Ю.П., Жмакин А.И., Шмидт А.А. *Численное решение некоторых задач физической газовой динамики*, Пробл. механ. жидкости и газа, Изд-во СПбГТУ, СПб, 153–179 (2000).
- [13] Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. *Вычислительная гидромеханика и теплообмен*: в 2-х т. Т.1 (Мир, М., 1990).
- [14] Ходжиев С., Йулдошев Ш.С., Ширинов З.З. *Численное исследование трехмерных турбулентных струй реагирующих газов на основе алгебраической модели*, в сб.: Современные проблемы прикладной математики и информационной технологии: тезисы международной научно-практической конференции, 140–142 (Бухара, 2021).
- [15] Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. *Вычислительная гидромеханика и теплообмен*: в 2-х т. Т.1 (Мир, М., 1990).
- [16] Ходжиев С. *Метод расчета неизобарических трехмерных турбулентных струй реагирующих газов, вытекающих из сопла прямоугольной формы*, в сб.: Актуальные проблемы распространения волн в жидких многофазных смесях и различных средах, 408–409 (Фан, Ташкент, 1999).
- [17] Patankar S.V., Spalding D.B. *A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows*, Intern. J. Heat and Mass Transf. **15** (10), 1787–1806 (1972).
- [18] Патанкар С. *Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости* (Энергоатомиздат, М., 1984).
- [19] Мак-Гирк Дж.Дж., Роди В. *Расчет трехмерных турбулентных свободных струй*, в сб.: Турбулентные сдвиговые течения Т.1, 72–88 (Машиностроение, М., 1982).
- [20] Сфорца П.М., Стейгер В., Трентакосте Н. *Исследование трехмерных вязких струй*, Ракетн. техн. и космонавтика (5), 42–50 (1966).
- [21] Вулис Л.А., Ярин Л.П. *Аэродинамика факела* (Энергия, Л., 1978).
- [22] Агулыков А., Джаугаштин К.Е., Ярин Л.П. *Исследование структуры трехмерных турбулентных струй*, Изв. АН СССР. МЖГ (6), 13–21 (1975).
- [23] Двойнишников В.П., Ларюшкин Н.А., Князьков В.П. *Влияния начальных условий на развитие турбулентности струи*, Энергетика и транспорт (4), 167–170 (1981).

Сафар Ходжиев

Бухарский государственный университет,

ул. М. Икбол, д. 11, г. Бухара, 200100, Республика Узбекистан,

e-mail: Safar1951@yandex.ru, s.hojiev@buxdu.uz

*S. Khodjiev***Method and algorithm for calculating isobaric and non-isobaric three-dimensional turbulent jets of reacting gases**

Abstract. This paper presents a calculation method and algorithm, as well as numerical results of studying chemically reacting turbulent jets based on three-dimensional parabolic systems of Navier-Stokes equations for multicomponent gas mixtures.

Continuity equations are used to calculate the mass imbalance when solving with constant pressure, and with variable pressures, with the equations of motion and continuity.

Diffusion combustion of a propane-butane mixture flowing from a square-shaped nozzle in a submerged flow of an air oxidizer has been numerically studied. Pressure variability significantly affects the velocity (temperature) profiles in the initial sections of the jet, and when moving away from the nozzle exit, the pressure effect can be considered imperceptible, but the flame length is longer than at constant pressure, but it does not significantly affect the shape of the flame.

The saddle-shaped behavior of the longitudinal velocity in the direction of the major axis is numerically obtained for large initial values of the turbulence kinetic energy of the main jet.

Given method allows the study of non-reacting and reactive turbulent jets flowing from a rectangular nozzle.

Keywords: jet, three-dimensionality, Navier-Stokes, parabolic, model, turbulence, displacements, growth, diffusion combustion, isobaric, non-isobaric, plume, imbalance.

*Safar Khodjiev**Bukhara State University,**11 M. Ikbol str., Bukhara, 200100 Republic of Uzbekistan,**e-mail:* Safar1951@yandex.ru, s.hojiev@buxdu.uz