

В.И. ГЛИЗБУРГ, С.В. ПЧЕЛИНЦЕВ

О СТРУКТУРЕ Т-ПРОСТРАНСТВ СВОБОДНОЙ АССОЦИАТИВНОЙ АЛГЕБРЫ ГРАССМАНА РАНГА 2

Аннотация. Изучаются Т-пространства, содержащиеся в свободной ассоциативной алгебре Грассмана $F_2^{(3)}$ ранга 2 над бесконечным полем конечной характеристики. Найдены системы порождающих этих Т-пространств. Доказано, что Т-пространства, содержащиеся в коммутанте, образуют цепь.

Ключевые слова: свободная ассоциативная алгебра Грассмана, коммутант, центр, Т-пространство.

УДК: 512.554

DOI: 10.26907/0021-3446-2025-3-17-24

ВВЕДЕНИЕ

Всюду в работе, если не оговорено противное, термин “алгебра” означает *ассоциативную унитарную* алгебру над *бесконечным полем* K произвольной характеристики.

Напомним [1], [2], что Т-пространством в относительно свободной алгебре над множеством свободных порождающих x_1, x_2 называется подпространство, замкнутое относительно ее эндоморфизмов, продолжающих отображения $1 \mapsto 1, x_1 \mapsto f_1, x_2 \mapsto f_2$ для любых ее элементов f_1, f_2 .

Определение 1. Т-идеалом называется Т-пространство, являющееся идеалом.

Положим $[u, v] = uv - vu$ (коммутатор) и $[u_1, \dots, u_n] = [[u_1, \dots, u_{n-1}], u_n]$ для элементов $u, v, u_1, \dots, u_n$ любой ассоциативной алгебры. Идеал, порожденный коммутаторами, называется *коммутантом*.

Обозначим через F_2 свободную алгебру, порожденную множеством $X_2 = \{x_1, x_2\}$, $T^{(3)}$ — Т-идеал в алгебре F_2 , порожденный коммутатором $[x_1, x_2, x_3]$, $F_2^{(3)} = F_2/T^{(3)}$ — свободная алгебра Грассмана, т. е. относительно свободная алгебра с тождеством $[x_1, x_2, x_3] = 0$, алгебра $F_2^{(3)}$ изоморфна фактор-алгебре свободной 2-порожденной алгебры по идеалу, порожденному элементами $[u, v, w]$.

Пусть S, S' — два набора многочленов из некоторого Т-пространства. Набор S' называется Т-следствием набора S (обозначение $S \models_T S'$), если S' содержится в Т-пространстве, порожденном S :

$$S' \subseteq \text{span}_T(S).$$

Наборы S, S' называются Т-эквивалентными, если каждый из них является Т-следствием другого (обозначение $S \equiv_T S'$).

В теории многообразий ассоциативных алгебр центральное место занимает проблема Шпехта о конечной базисуемости тождеств любой ассоциативной алгебры над полем характеристики 0. Положительное решение проблемы Шпехта получено А.Р. Кемером [3]. Им же положительно решена локальная проблема Шпехта над бесконечным полем конечной характеристики [4].

Хорошо известны также результаты о конечной и бесконечной базисуемости Т-пространств [5], [6]. Так, в [6] доказано, что в свободной ассоциативной алгебре над любым бесконечным полем конечной характеристики существуют бесконечно базисуемые Т-пространства по модулю Т-идеала $T^{(3)}$ (теорема Щиголева). Отсюда вытекает бесконечная базисуемость центра и коммутанта свободной алгебры Грассмана.

В работах [5], [7], [8] приведено отрицательное решение проблемы Шпехта над бесконечными полями произвольной конечной характеристики.

Отметим также некоторые работы, в которых изучались центры относительно свободных алгебр [9]–[11].

В данной статье изучается структура Т-пространств, содержащихся в центре и коммутанте относительно свободной алгебры Грассмана $F_2^{(3)}$ ранга 2. Во-первых, доказано, что Т-пространства, содержащиеся в коммутанте алгебры $F_2^{(3)}$, образуют цепь. Во-вторых, найдены системы порождающих центра $Z(F_2^{(3)})$ и коммутанта как Т-пространств.

При доказательстве результатов этой статьи используются теоремы Люка, Щиголева и соотношения Фробениуса.

Основные понятия, относящиеся к тождествам и многообразиям алгебр (относительно свободная алгебра, тождество, степень многочлена по переменной, однородное тождество, линеаризация) можно найти в [12].

Напомним понятие оператора линеаризации $\Delta_x^i(1)$. Пусть $x_1, \dots, x_n, y$ — набор различных свободных переменных относительно свободной алгебры однородного многообразия, $f(x_1) := f(x_1, \dots, x_n)$ — однородный многочлен по всем переменным. Многочлен $f(x_1 + y)$ является суммой однородных многочленов $f_i(x_1, y)$, где степень $f_i(x_1, y)$ по переменной y равна i . Тогда по определению $f\Delta_{x_1}^i(1) := f_i(x_1, 1)$.

1. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ УТВЕРЖДЕНИЯ

Заметим, что в ассоциативной алгебре A выполнено тождество

$$[xy, a] = x[y, a] + [x, a]y.$$

Это означает, что отображение $D_a : x \mapsto [x, a]$ является дифференцированием алгебры A , которое называется *внутренним*.

1.1. Одно свойство биномиальных коэффициентов. Для любых целых n и $k \geq 0$ положим

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1) \cdots (n-k+1)}{k!}.$$

Заметим, что это число равно нулю, если $k > n \geq 0$.

Лемма 1. Пусть p — простое число, $t \geq 2$, t — взаимно просто с p и $1 \leq m \leq p^s - 1$. Тогда биномиальные коэффициенты

$$\binom{p^s t - 1}{p^s t - p^s}, \quad \binom{p^s - 1}{m}$$

взаимно просты с числом p .

Доказательство. Напомним теорему Люка [13], утверждающую, что по модулю p верно сравнение

$$\binom{M}{m} \equiv \prod_{i=0}^{k-1} \binom{M_i}{m_i} \pmod{p},$$

где $M = (M_{k-1}, \dots, M_0)_p$ и $m = (m_{k-1}, \dots, m_0)_p$ — представления чисел M и m в p -ричной системе исчисления. В частности, биномиальный коэффициент $\binom{M}{m}$ делится на простое число p тогда и только тогда, когда хотя бы одна p -ричная цифра числа m превышает соответствующую цифру числа M . Запишем числа $m = p^s t - p^s$ и $M = p^s t - 1$ в p -ричной системе счисления, считая, что $t = t_l p^l + \dots + t_1 p + t_0$, где $t_0 \neq 0$, $0 \leq t_i \leq g = p - 1$, g — наибольшая цифра в p -ричной системе счисления. Заметим, что

$$p^s - 1 = g(p^{s-1} + \dots + 1) = (g, g, \dots, g)_p.$$

1) Допустим, что $t_0 \geq 2$. Тогда

$$\begin{aligned} M = p^s t - 1 &= p^s (t_l p^l + \dots + t_1 p + t_0) - 1 = t_l p^{s+l} + \dots + t_1 p^{s+1} + (t_0 - 1)p^s + (p^s - 1) = \\ &= t_l p^{s+l} + \dots + t_1 p^{s+1} + (t_0 - 1)p^s + g p^{s-1} + \dots + g = (t_l, \dots, t_1, t_0 - 1, g, \dots, g)_p, \\ m &= p^s t - p^s = p^s (t_l p^l + \dots + t_1 p + t_0) - p^s = \\ &= t_l p^{s+l} + \dots + t_1 p^{s+1} + (t_0 - 1)p^s = (t_l, \dots, t_1, t_0 - 1, 0, \dots, 0)_p. \end{aligned}$$

2) Допустим, что $t_0 = 1$. Тогда

$$\begin{aligned} M &= p^s t - 1 = p^s (t_l p^l + \dots + t_1 p + 1) - 1 = t_l p^{s+l} + \dots + t_1 p^{s+1} + (p^s - 1) = \\ &= t_l p^{s+l} + \dots + t_1 p^{s+1} + g p^{s-1} + \dots + g = (t_l, \dots, t_1, t_0 - 1, g, \dots, g)_p, \\ m &= p^s t - p^s = p^s (t_l p^l + \dots + t_1 p + 1) - p^s = t_l p^{s+l} + \dots + t_1 p^{s+1} = (t_l, \dots, t_1, t_0 - 1, 0, \dots, 0)_p. \end{aligned}$$

Поскольку в каждом из рассмотренных случаев p -ричная цифра числа m не превышает соответствующую цифру числа M , то $\binom{M}{m}$ не делится на простое число p .

Еще проще доказывается утверждение 2). Число $M = p^s - 1$ имеет следующее представление в p -ричной системе счисления:

$$M = p^s - 1 = g(p^{s-1} + \dots + p + 1) = (g, g, \dots, g)_p.$$

Поскольку g — максимальная цифра в p -ричной системе счисления, то требуемое немедленно вытекает из теоремы Люка. $\square$

1.2. Особые многочлены. Всюду далее, если не оговорено противное,

$$p = \text{char}(K) > 0, \quad x = x_1, \quad y = x_2.$$

В алгебре $F_2^{(3)}$ элемент $[x, y]$ централен и нильпотентен индекса два. Значит, коммутант алгебры $F_2^{(3)}$ является центральным идеалом с нулевым умножением.

Всякий однородный многочлен из коммутанта алгебры $F_2^{(3)}$ пропорционален многочлену вида $f(q_1, q_2) = [x, y] x^{q_1-1} y^{q_2-1}$. Заметим, что степень многочлена $f(q_1, q_2)$ по переменной x равна q_1 , по переменной y равна q_2 . В [6] было доказано, что Т-пространство, порожденное многочленами $f(p^s, p^s)$, где $s \in \mathbb{N}$, в относительно свободной алгебре $F_2^{(3)}$ (без единицы) не является конечно базлируемым.

Определение 2. Многочлен $f(q_1, q_2)$ алгебры $F_2^{(3)}$ назовем *особым*, если числа q_1, q_2 являются положительными степенями характеристики поля p , т. е.

$$q_1, q_2 \in \{p^s \mid s \geq 1\}.$$

Многочлен $f(p^s, p^s)$ назовем *многочленом Щиголева*.

Очевидно, что $f(q_1, q_2) \equiv_T f(q_2, q_1)$.

Далее докажем, что всякое ненулевое Т-пространство алгебры $F_2^{(3)}$, содержащееся в коммутанте $T^{(2)}$, порождается (как Т-пространство) многочленами Щиголева.

Прежде всего нам потребуются следующие два утверждения.

Лемма 2. *В алгебре $F_2^{(3)}$ справедливы следующие утверждения:*

- 1) *если числа q_1, p взаимно просты, то $[x, y] \equiv_T f(q_1, q_2)$;*
- 2) *если числа t, p взаимно просты и $s \geq 1$, то $f(p^s, q_2) \equiv_T f(p^s t, q_2)$.*

Таким образом, всякий многочлен $f(q_1, q_2)$ либо Т-эквивалентен коммутатору $[x, y]$, либо Т-эквивалентен некоторому особому многочлену.

Доказательство. Заметим, что коммутатор можно получить из любого многочлена вида $f(q_1, q_2)$ применением операторов частичной линеаризации $\Delta_x^i(1)$ и $\Delta_y^j(1)$ подходящих порядков $i = q_1 - 1$ и $j = q_2 - 1$.

1) Поскольку коммутатор $[x, y]$ централен в алгебре $F_2^{(3)}$, то применяя внутреннее дифференцирование D_y , получаем

$$[x^{q_1}, y] = q_1[x, y]x^{q_1-1},$$

откуда

$$q_1 f(q_1, q_2) = q_1[x, y]x^{q_1-1}y^{q_2-1} = [x^{q_1}, y]y^{q_2-1} = [x^{q_1}y^{q_2-1}, y].$$

2) Аналогично, подставляя вместо x элемент x^t , получаем

$$\begin{aligned} f(p^s, q_2)|_{x=x^t} &= [x^t, y](x^t)^{p^s-1}y^{q_2-1} = t[x, y]x^{t-1}(x^t)^{p^s-1}y^{q_2-1} = \\ &= t[x, y]x^{t-1}x^{p^s t-t}y^{q_2-1} = t[x, y]x^{p^s t-1}y^{q_2-1} = t f(p^s t, q_2). \end{aligned}$$

Если $(t, p) = 1$, то $f(p^s, q_2) \models_T f(p^s t, q_2)$.

Теперь положим $q_1 = p^s t, p_1 = p^s$. Применяя оператор частичной линеаризации $\Delta_x^{q_1-p_1}(1)$ к элементу $f(q_1, q_2)$, получаем

$$\Delta_x^{q_1-p_1}(1)f(q_1, q_2) = \binom{q_1-1}{q_1-p_1}f(p_1, q_2).$$

Поскольку в силу леммы 1 число $\binom{q_1-1}{q_1-p_1}$ не делится на p , то элементы $f(p^s t, q_2)$ и $f(p^s, q_2)$ являются Т-эквивалентными. $\square$

Лемма 3. *Для любых целых чисел $s, k \geq 1$ в алгебре $F_2^{(3)}$ верно*

$$f(p^{s+k}, q_2) \models_T f(p^s, q_2).$$

Доказательство. Положим $q_1 = p^{s+k}, q'_1 = p^s$. Применим оператор частичной линеаризации $\Delta_x^i(1)$ при $i = q_1 - q'_1$ к элементу $f(q_1, q_2)$:

$$\Delta_x^i(1)f(q_1, q_2) = \binom{q_1-1}{q_1-q'_1}f(q'_1, q_2).$$

В силу леммы 1 скаляр $\binom{q_1-1}{q_1-q'_1} \neq 0$, значит, верно требуемое. $\square$

Лемма 4. Для любых целых чисел $s \geq 1, k \geq 0$ в алгебре $F_2^{(3)}$ верно

$$f(p^s, p^{s+k}) \equiv_T f(p^s, p^{s+k+1}).$$

Значит, всякий особый многочлен $f(q_1, q_2)$ Т-эквивалентен многочлену Шиголева $f(q, q)$, где $q = \min(q_1, q_2)$.

Доказательство. В силу леммы 3 достаточно проверить, что

$$f(p^s, p^{s+k}) \models_T f(p^s, p^{s+k+1}).$$

Пусть $g(x, y) = f(p^s, p^{s+k})$. Тогда для любого натурального числа a

$$\begin{aligned} g(xy^a, y) &= [xy^a, y](xy^a)^{p^s-1}y^{p^{s+k}-1} = \\ &= [x, y]y^a x^{p^s-1}y^{a(p^s-1)}y^{p^{s+k}-1} = [x, y]x^{p^s-1}y^{ap^s}y^{p^{s+k}-1} = [x, y]x^{p^s-1}y^q, \end{aligned}$$

где $q = ap^s + p^{s+k} - 1$. Полагая $a = p^{k+1} - p^k$, имеем

$$q = ap^s + p^{s+k} - 1 = (p^{k+1} - p^k)p^s + p^{s+k} - 1 = p^{s+k+1} - 1,$$

т. е. $g(xy^a, y) = f(p^s, p^{s+k+1})$. □

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Теорема 1. Пусть U — ненулевое Т-пространство свободной алгебры Грассмана $F_2^{(3)}$, содержащееся в ее коммутанте $T^{(2)}$. Тогда справедливы следующие утверждения.

1) Пространство U не содержит особых многочленов тогда и только тогда, когда оно как Т-пространство порождается коммутатором $[x, y]$.

2) Если U содержит хотя бы один особый многочлен, то оно порождается как Т-пространство множеством всех многочленов Шиголева, содержащихся в U .

3) Если пространство U содержит бесконечно много многочленов Шиголева, то оно совпадает с коммутантом $T^{(2)}$.

4) Пространство U является собственным подпространством в $T^{(2)}$ тогда и только тогда, когда оно как Т-пространство порождается одним многочленом Шиголева. Следовательно, Т-подпространства, содержащиеся в коммутанте $T^{(2)}$, образуют цепь

$$U_1 \subset U_2 \subset \dots \subset U_k \subset \dots = T^{(2)} = \bigcup_{k=1}^{\infty} U_k,$$

где U_s — Т-пространство, порожденное многочленом Шиголева $f(p^s, p^s)$.

Доказательство. Всякое Т-пространство однородно. Любая однородная компонента U одномерна с базисным элементом вида $f(q_1, q_2)$.

В силу лемм 2 и 4 многочлен $f(q_1, q_2)$ либо Т-эквивалентен коммутатору $[x, y]$, либо Т-эквивалентен некоторому многочлену Шиголева.

Утверждение 1) следует из леммы 2. Утверждение 2) немедленно вытекает из леммы 4.

3) Пусть пространство U содержит бесконечно много многочленов Шиголева $f_s := f(p^s, p^s)$. В силу леммы 3 многочлен f_{s-1} является Т-следствием f_s , значит, U содержит все многочлены Шиголева, и вновь по лемме 3 оно содержит все особые многочлены. Но тогда оно совпадает с коммутантом $T^{(2)}$.

4) Допустим, что U — собственное Т-подпространство в $T^{(2)}$. Рассмотрим все многочлены Шиголева $f(q, q)$, содержащиеся в U . Если их бесконечно много, то U содержит все многочлены Шиголева, но тогда $U = T^{(2)}$, что противоречит предположению о том, что Т-подпространство U является собственным. Пусть q' — точная верхняя граница для чисел q .

Тогда в силу леммы 4 все многочлены $f(q, q)$, содержащиеся в U , являются следствиями одного многочлена $f(q', q')$. Тот факт, что в указанной цепочке все включения строгие, вытекает из теоремы Шиголева [6]. $\square$

Замечание. В алгебре $A = F_2^{(3)}$ в случае $\text{char}(K) = 0$ коммутант и поле $K \cdot 1$ являются единственными ее ненулевыми Т-подпространствами, отличными от A .

Доказательство. Действительно, если U — Т-подпространство в A и $0 \neq U \neq A$, то оно содержит ненулевой элемент вида $\alpha x^n y^m + \beta[x, y]x^{n-1}y^{m-1}$, где $\alpha, \beta \in K$. Если $\alpha \neq 0$ и хотя бы одно из чисел n, m отлично от нуля (допустим n), то $\alpha nx \in U$, откуда $x \in U$ и $U = A$. Значит, $n = m = 0$ и $U = K \cdot 1$. Если же $\alpha = 0$, то $\beta[x, y]x^{n-1}y^{m-1} \in U$. Отсюда следует, что $[x, y] \in U$ и

$$kl[x, y]x^{k-1}y^{l-1} = [x^k, y^l] \in U,$$

значит, $[x, y]x^{k-1}y^{l-1} \in U$ и U совпадает с коммутантом. $\square$

Теорема 2. Центр свободной алгебры Грассмана $F_2^{(3)}$ ранга 2 над бесконечным полем произвольной конечной характеристики p как Т-пространство порождается многочленом x^p и любым бесконечным набором многочленов Шиголева.

Доказательство. Пусть, как и прежде, $x = x_1, y = x_2; u, v, w \in F_2^{(3)}$.

1) Если $p = 2$, то u^2 централен, поскольку

$$[u^2, v] = u[u, v] + [u, v]u = [u, v, u] = 0.$$

Кроме того, если z централен, то справедливы соотношения Фробениуса

$$(u + v)^2 = u^2 + v^2 + [u, v], \quad (1)$$

$$(u + z)^2 = u^2 + z^2, \quad (2)$$

$$(uv)^2 - u^2v^2 = uv[u, v].$$

Поскольку центр является Т-пространством и он не содержит x, y , то легко понять, что элементы

$$x^{2n}y^{2m}, \quad x^i y^j [x, y]$$

образуют аддитивный базис центра $Z(F_2^{(3)})$.

Рассуждая от противного, предположим, что $Z(F_2^{(3)})$ как Т-пространство конечно порождено. Тогда оно порождается элементами $g(x) := x^2, h(x, y) := xy[x, y]$ и многочленами Шиголева $f_1, \dots, f_k$ для некоторого конечного $k > 0$. Так как многочлен $h(x, y)$ особый, то можно считать, что центр как Т-пространство порождается особыми многочленами $f_1, \dots, f_k$ и элементом $g(x)$. Докажем, что Т-пространство G , порожденное элементом $g(x)$, содержится в линейной оболочке W элементов вида

$$x^{2r}y^{2s}, \quad x^{4r+1}y^{4s+1}[x, y], \quad [u, v].$$

В силу (1) и (2) при нечетных значениях $a = 2a' + 1, b = 2b' + 1$ достаточно рассмотреть

$$g(x^a y^b) = x^{2a}y^{2b} + x^a y^b [x^a, y^b] = x^{2a}y^{2b} + x^{2a-1}y^{2b-1}[x, y].$$

Поскольку $2a - 1 = 2(2a' + 1) - 1 = 4a' + 1$, то $G \subseteq W$.

Заметим, что если $r \geq 1$ или $s \geq 1$, то многочлен $x^{4r+1}y^{4s+1}[x, y]$ не может быть особым. Действительно, если $4r + 1 = 2^t - 1$, то $t \geq 3$ и $2 = 2^t - 4r \equiv 0 \pmod{4}$, противоречие.

Если степень однородного элемента из коммутанта по какой-нибудь переменной нечетна, то такой элемент является T -следствием $[x, y]$ по лемме 2, а значит, T -следствием многочлена f_1 в силу леммы 3.

Следовательно, коммутант алгебры $F_2^{(3)}$ как T -пространство должен порождаться элементами $f_1, \dots, f_k$, что невозможно.

2) Если $p \geq 3$, то для любых $u, v \in F_2^{(3)}$ справедливы соотношения Фробениуса

$$[u, v^p] = [u, v, \dots, v] = 0, \quad (u + v)^p = u^p + v^p, \quad (uv)^p = u^p v^p.$$

Доказательство этих равенств можно найти в [14].

Легко понять, что элементы

$$x^n y^m, \text{ где } n, m \text{ кратны } p, \quad x^i y^j [x, y], \quad i, j \geq 0,$$

образуют аддитивный базис центра $Z(F_2^{(3)})$ над полем характеристики p . Следовательно, если $Z(F_2^{(3)})$ конечнопорожден как T -пространство, то он как T -пространство порождается конечным числом многочленов Щиголева и элементом x^p . Поскольку всякое следствие элемента x^p линейно выражается через элементы вида $x^n y^m$, где n, m кратны p , то аналогично п. 1) получаем требуемое. $\square$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гришин А.В. *О конечной базисуемости систем обобщенных многочленов*, Изв. АН СССР. Сер. Матем. **54** (5), 899–927 (1990).
- [2] Гришин А.В. *О конечной базисуемости абстрактных T -пространств*, Фундамент. и прикл. матем. **1** (3), 669–700 (1995).
- [3] Кемер А.Р. *Конечная базисуемость тождеств ассоциативных алгебр*, Алгебра и логика **26** (5), 597–641 (1987).
- [4] Кемер А.Р. *Тождества конечнопорожденных алгебр над бесконечным полем*, Изв. АН СССР. Сер. Матем. **54** (4), 726–753 (1990).
- [5] Гришин А.В. *Примеры не конечной базисуемости T -пространств и T -идеалов в характеристике 2*, Фундамент. и прикл. матем. **5** (1), 101–118 (1999).
- [6] Щиголев В.В. *Примеры бесконечно базисуемых T -пространств*, Матем. сб. **191** (3), 143–160 (2000).
- [7] Белов А.Я. *О нешпехтовых многообразиях*, Фундамент. и прикл. матем. **5** (1), 47–66 (1999).
- [8] Щиголев В.В. *Примеры бесконечно базисуемых T -идеалов*, Фундамент. и прикл. матем. **5** (1), 307–312 (1999).
- [9] Гришин А.В. *О строении центра относительно свободной алгебры Грассмана*, Усп. матем. наук **65** (4 (394)), 191–192 (2010).
- [10] Koshlukov P., de Mello T.C. *The centre of generic algebras of small PI algebras*, J. Algebra **375**, 109–120 (2013).
- [11] Пчелинцев С.В. *Аддитивный базис относительно свободной ассоциативной алгебры с тождеством лиевой нильпотентности степени 5 и его применения*, Сиб. матем. журн. **61** (1), 175–193 (2020).
- [12] Жевлаков К.А., Слинько А.М., Шестаков И.П., Шишов А.И. *Кольца, близкие к ассоциативным*. Совр. алгебра (Наука, М., 1978).
- [13] Lucas E. *Théorie des Fonctions Numériques Simplement Périodiques*, Amer. J. Math. **1** (4), 289–321 (1878), DOI: 10.2307/2369373.
- [14] Jacobson N. *Lie algebras* (Intersc. Tracts Pure Appl. Math. 10) (Interscience, New York – London, 1962).

Вита Иммануиловна Глизбург

Московский городской педагогический университет,

2-й Сельскохозяйственный пр-д, д. 4, г. Москва, 129226, Россия,

e-mail: glizburg@mail.ru

Сергей Валентинович Пчелинцев

*Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
Ленинградский пр., д. 49, г. Москва, 125993, Россия*

e-mail: pchelinzev@mail.ru

V.I. Glizburg and S.V. Pchelintsev

On the structure of T -spaces of free associative Grassmann algebra of rank 2

Abstract. We study T -spaces contained in free associative Grassmann algebra $F_2^{(3)}$ of rank 2 over an infinite field of finite characteristic. Systems of generators of these T -spaces are found. It is proved that the T -spaces contained in the commutant form a chain.

Keywords: free associative Grassmann algebra, commutant, center, T -space.

Vita Immanuilovna Glizburg

*Moscow City Pedagogical University,
4 Sel'skohozyaistvennyi drive, Moscow, 129226 Russia,*

e-mail: glizburg@mail.ru

Sergey Valentinovich Pchelintsev

*Financial University under the Government of the Russian Federation,
49 Leningradskii Ave., Moscow, 125993 Russia,*

e-mail: pchelinzev@mail.ru